

**IDEIAS ALGÉBRICAS EXPLICITADAS POR ESTUDANTES DA
EJA EM ESPAÇOS NÃO FORMAIS: O CASO DO CURSINHO DE
RIBEIRÃO PRETO**

Mestranda: Angela Ap Arndt Gomide Borges
Orientadora: Prof^a Dr^a Maria do Carmo de Sousa
PPGECE-UFSCar 2011

**UNIVERSIDADE FEDERAL DE SÃO CARLOS – UFSCar
PROGRAMA DE PÓS GRADUAÇÃO EM ENSINO DE CIÊNCIAS
EXATAS - PPGECE**

ANGELA APARECIDA ARNDT GOMIDE BORGES

**IDEIAS ALGÉBRICAS EXPLICITADAS POR JOVENS E
ADULTOS EM UM ESPAÇO NÃO FORMAL DE ENSINO: O CASO
DO CURSINHO POPULAR DE RIBEIRÃO PRETO**

**Dissertação
apresentada ao
Programa de Pós-
Graduação em
Ensino de
Ciências Exatas,
para obtenção do
título de mestre
em Ensino de
Ciências Exatas à
Universidade
Federal de São
Carlos, UFSCar**

*Orientação: Prof. Dra.
Maria do Carmo de
Sousa*

**SÃO CARLOS - SP
2011**

**Ficha catalográfica elaborada pelo DePT da
Biblioteca Comunitária da UFSCar**

B732ia

Borges, Angela Aparecida Arndt Gomide.

Ideias algébricas explicitadas por estudantes da EJA em espaços não formais : o caso do cursinho de Ribeirão Preto / Angela Aparecida Arndt Gomide Borges. -- São Carlos : UFSCar, 2015.

105 f.

Dissertação (Mestrado) -- Universidade Federal de São Carlos, 2011.

1. Álgebra. 2. Educação não-formal. 3. Educação de jovens e adultos. 4. Curso pré-vestibular popular. 5. Professores – formação. I. Título.

CDD: 512 (20^a)

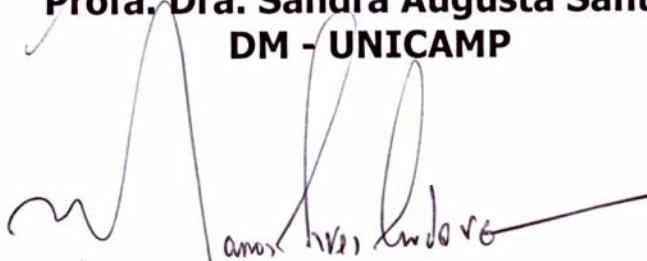
Banca Examinadora:



Profa. Dra. Maria do Carmo de Sousa
DME - UFSCar



Profa. Dra. Sandra Augusta Santos
DM - UNICAMP



Prof. Dr. Marcos Pires Leodoro
DME - UFSCar

Eppur si muove. (Galileu Galilei 1564 - 1642)

“Há uma lenda segundo a qual Galileu, ao se retratar e negar o movimento da Terra publicamente, murmurou para si mesmo: “Não obstante, a Terra continua a mover-se”. Qualquer que seja a base dessa história, ela vem a ser como uma espécie de provérbio, no sentido de que a verdade sempre prevalecerá, apesar de todas as tentativas de amordaçá-la.” (EVES, 2004, página 355)

“Quando Galileu Galilei rompeu com o horror que boa parte da humanidade tinha, ao pensar sobre o movimento, sustentando a teoria de que tudo se move, permitiu às áreas científicas lançarem um novo olhar sobre os objetos em estudo e a matemática é uma dessas áreas. Assim, nos séculos seguintes, o movimento começa a fazer parte do movimento do pensamento da humanidade, dos matemáticos, de toda a gente”. (SOUSA, 2004, página 88)

Que a verdade prevaleça sempre, e que o movimento do pensamento e da vida nunca seja negado por e para cada um de nós.

Agradecimentos

À CAPES, por financiar e acreditar no Projeto “Observatório da Educação - Produtos educacionais no Mestrado Profissional em Ensino de Física e Matemática: itinerários de desenvolvimento, implementação e avaliação, a partir da rede de pesquisa participante Escola-Universidade”, do qual fui bolsista, como mestranda, no seu primeiro ano de realização. Continuo, com muito prazer, participando de discussões sobre o projeto e colaborando na realização do ENREDE. Não posso deixar de mencionar os laços criados com os participantes. Graças a esse projeto, conheci pessoas maravilhosas, mas duas delas ocupam um papel ímpar na minha vida acadêmica e pessoal: Gisele e Toninho (infelizmente, não há milhões de pessoas como vocês!).

Aos amigos e participantes do GEM (Grupo de Estudos e Pesquisas em Educação Matemática) por me mostrarem um “novo” lado da Universidade, com os ricos estudos e discussões democráticas. Agradeço o empenho de todos, especialmente dos que participaram da minha banca de pré-qualificação: Professora Renata, Professora Carmen, Toninho e José Antônio Araújo Andrade, que, mesmo à distância, apontou caminhos importantes para a continuidade do texto.

A todos os alunos, colaboradores e professores do cursinho onde a pesquisa se realizou. Todos, mesmo, até aqueles que passaram por esse maravilhoso projeto antes do meu ingresso, em 2008; afinal, vocês fazem parte da história desse espaço, ajudaram o cursinho chegar até aqui e conseqüentemente, permitiram com que este trabalho fosse escrito. Agradeço carinhosamente aos estudantes que, sem pestanejar concordaram em colaborar e autorizaram os registros de suas falas e ações, e aos professores Erlon, Danilo, Júlio, Genaro, Batata, Ulisses, Renato, Felipe e Humberto, que me receberam de braços abertos, me mostraram formas diferentes de pensar a Educação e incentivaram a pesquisa em todo o momento.

À Maria do Carmo, por me acolher, repartir, ensinar, criticar e, principalmente, por respeitar os meus limites e acreditar no meu trabalho.

Aos professores da minha banca de defesa, que dedicaram seu tempo à leitura, às observações e às críticas ao trabalho.

Aos docentes e idealizadores do PPGECE-UFSCar, pelas longas manhãs e tardes de segunda-feira de pura dedicação ao trabalho de preparar disciplinas que permitissem aumentar nossa bagagem de conhecimentos: Professor Paterlini, Professor Pedro, Professor João Sampaio, Professor Marcos, Professora Ducinei, Professor Paulo Caetano, Professor Salvador, Professora Yuriko e, também, Professor Nélio (in memoriam). Também agradeço ao Júnior, pela disponibilidade e paciência.

Aos meus amigos do PPGECE, particularmente à Mariângela, Márcia e Riama, por fazerem os 100 km entre Ribeirão Preto e São Carlos de toda segunda-feira, serem mais curtos e agradáveis. À Cris e Maristela, por dividirem dúvidas, problemas e risadas. Aos corinthianos Fábio, Pedro, Luciano C. e Luciano, Anderson e Maiko, por me fazerem praticar o exercício da paciência e de lidar com as diferenças. Ao Anderson F., pela parceria também no Projeto Observatório, ao carioca e vascaíno Luiz Alfredo, pelo exemplo de dedicação e força de vontade e ao Marcos Vinícius, pelas tantas conversas e apoio tricolor.

Aos meus amigos que torceram, incentivaram e me deram força, Carol, Marcelo, Lucas, Ana Letícia, Lúcia, (todos esses à distância, mas sempre presentes em pensamento e lembranças), Lucimar, Aline, Ana Paula, Marco, Neto, Fernanda, Van, Osvaldo, Ícaro, Uaiana, Monike, etc. Tenho certeza de que posso ter cometido injustiça em não mencionar alguém, desde já, me desculpo.

À equipe do Liceu Albert Sabin, meu atual local de trabalho, em especial às queridas “Tia Rosa” e “Tia Rosa Maria”: duas flores que contagiam carinho e amor à profissão. À Ana Rachel, que me ajuda desde a sexta série a escrever melhor, pela disposição na revisão do texto; à Luciana Nakano pelo abstract; à Márcia, Erika e Professora Margaret, pela compreensão, parceria e confiança, principalmente durante a fase de escrita.

Por fim, à minha família. Os nomes cabem em poucas linhas, mas o amor e a gratidão são eternos: tio Du, Eduarda, Júnior, Roger, Rogério e Padrinho. Ao Ricardo, Renata e Larissa, por me “socorrerem” tantas vezes em Campinas, onde tudo começou.

Um obrigado, quase que sem palavras, já com lágrimas incontidas, às minhas estrelas-guia: Madrinha (uma fortaleza, o porto seguro da minha

família), Adriana (minha irmã de alma, dessa e de outras tantas vidas), Elaine ou “Xu” (minha mãe, minha filha e minha fé), e à Vó Ina (meu anjo da guarda, in memoriam), por serem mulheres de força, coragem e luta: exemplos de doação e amor.

Índice:

Resumo:	7
Abstract:	9
Introdução:	11
Capítulo 1: A educação não-formal: pressupostos teóricos:	18
Capítulo 2: Aspecto Histórico da Álgebra e sua Influência no Ensino:	26
Capítulo 3: Metodologia da Pesquisa:	39
3.1: As aulas ministradas no Cursinho e suas contribuições para o desenvolvimento da pesquisa.....	41
3.2: Os sujeitos da pesquisa.....	43
3.3: Os episódios.....	46
Capítulo 4: Educando o olhar para compreender as vivências ocorridas em sala de aula:	47
4.1: As situações-problema vivenciadas pelos estudantes e a explicitação de suas ideias.....	50
4.2: Análise geral sobre as situações-problema construídas pelos professores do cursinho em paralelo com algumas atividades de ensino da proposta curricular do Estado de São Paulo.....	78
Capítulo 5: Considerações finais:	84
Anexos:	88
Referências Bibliográficas:	104

Resumo

Esta pesquisa tem como objetivo investigar as ideias explicitadas por estudantes da EJA quando vivenciam situações-problema que envolvem a linguagem algébrica, no contexto da Educação não formal.

Para isso, investigamos a evolução histórica e filosófica da Álgebra, bem como a sua introdução no ensino básico. Este estudo foi fundamental para entendermos as lacunas e também os recursos que os sujeitos da pesquisa têm quando situações-problema que requerem o uso da linguagem algébrica lhes são apresentadas.

A pesquisa é qualitativa, está caracterizada como estudo de caso e foi realizada em um espaço não formal de aprendizagem: um cursinho popular de Ribeirão Preto, que atende trabalhadores jovens e adultos, de baixa renda familiar, que concluíram o Ensino Fundamental e Médio em escolas públicas.

O problema que norteou o estudo foi: “quais são as ideias algébricas explicitadas por estudantes de EJA quando vivenciam, em um espaço não formal, situações-problema?”.

Os dados foram construídos entre março e junho de 2010, pela pesquisadora, que atua como voluntária no cursinho popular. Por esse motivo, a metodologia da pesquisa está fundamentada nos moldes da pesquisa-ação, considerando-se que, a autora deste texto, juntamente com seus colegas professores, a partir das reflexões feitas em sala de aula, das necessidades e dificuldades que os estudantes apresentam em sala de aula, em relação aos conteúdos tratados nas diversas áreas de conhecimento, cria as situações-problema sobre a linguagem algébrica.

Os resultados desta pesquisa apontam que os jovens e adultos de classe popular, que concluíram o Ensino Médio em escolas públicas, apesar de apresentarem algumas dificuldades em relação ao entendimento e à manipulação da linguagem algébrica, mostram-se muito dispostos a buscar alternativas e compartilhar as ideias algébricas que possuem com os demais integrantes do grupo, para resolver as situações que lhes são apresentadas. Percebe-se, ainda, a importância que esses estudantes dão às reflexões coletivas que são feitas durante as resoluções das situações-problema, uma

vez que as reflexões que ocorrem no movimento da sala de aula levam esses jovens a dar sentido aos conceitos algébricos que, até então, passavam-lhes despercebidos, ainda que tenham ficado, por anos, nos bancos escolares das escolas “formais”. Ao mesmo tempo, tais reflexões auxiliam os professores do cursinho na elaboração das aulas e na produção de situações-problema. Ou seja, os estudantes, ao explicitarem as ideias que possuem sobre a linguagem algébrica, durante as aulas, e ao participarem do planejamento dessas aulas, podem explicitar, a partir dessas vivências, os sentidos que dão à linguagem algébrica e podem ser considerados co-autores das situações elaboradas pelos professores.

Assim, professores e estudantes da EJA são protagonistas nas aulas de Matemática que ocorrem no espaço não formal.

No que diz respeito aos resultados, durante a pesquisa, elaboramos dois “produtos educacionais”: 1) as quatro situações-problema que envolvem a linguagem algébrica, criadas a partir das necessidades dos estudantes da EJA e 2) a síntese teórica decorrente da análise elaborada, a partir do desenvolvimento das quatro situações-problema, na forma de Dissertação. Os produtos educacionais refletem o movimento da sala de aula, bem como a sua metodologia, denominada de dialógica.

Os produtos educacionais aqui apresentados não têm a pretensão de indicar algum tipo de metodologia que deve ser seguida por aqueles que ministram o ensino de álgebra, em espaços não formais, especialmente na EJA. Pretende-se, com esta Dissertação e com as situações-problema criadas por nós, convidar os professores que ministram aulas de álgebra nas escolas “formais” e “não formais” a refletirem sobre um ensino que, muitas vezes, exclui o estudante da escola, ao mesmo tempo, produzir situações-problema, relacionadas aos conceitos algébricos que consideram o contexto em que estão inseridos.

As situações-problema apresentadas diferenciam-se daquelas apresentadas pela maioria dos livros didáticos, uma vez que as nossas propostas têm, como ponto de partida, a interdisciplinaridade que fundamenta o trabalho do cursinho.

Abstract

This research aims to investigate the EJA students' ideas when they experience problem situations that involve the algebraic language in the non-formal education context.

To do this we investigated the evolution of Algebra philosophically and historically, as well as its introduction in basic education. This study was fundamental to understand the gaps and also the resources the subjects of the research have when problem situations that require the use of the algebraic language are presented.

The research is qualitative and is characterized as a case study. It took place in a non-formal learning place: a popular cursinho in Ribeirão Preto that serves young and adult workers from low income families that had finished elementary and high school in public schools.

The problem that guided the study was: "what are the algebraic ideas shown by EJA students when they experience problem situations in a non-formal space?".

The data was collected between March and June 2010 by the researcher who acts as volunteer in this educational space. Because of this, the methodology of the research is based on research-action considering that the author of this text, together with her colleagues, creates the problem situations on the algebraic language based on the reflections in class and the necessities and difficulties the students have during class, compared to the contents dealt with in the different areas of knowledge.

The results of this research show that although the youngsters and adults from the popular class who finish high school in public schools have some difficulties in understanding and manipulating the algebraic language, they are willing to look for alternatives and to share the algebraic ideas they have with the other members of the group to solve the situations that are presented to them. The importance these students give to the group reflections that happen during the resolutions of the problem situations is also observed, since it is from these reflections that happen in the classroom that these youngsters start to make sense of the algebraic concepts that haven't been noticed by them, even though they have studied for years at "formal" schools.

At the same time those reflections help the teachers of cursinho to prepare the lessons and to produce problem situations. In other words, when the students show the ideas they have about the algebraic language during the classes and when they participate on their planning, they can show the sense they give to the algebraic language and they can be considered co-authors of the situations planned by the teachers.

Therefore teachers and students of EJA are protagonists of the mathematics lessons that take place in this non-formal space.

Regarding the results, during the research we elaborated two “educational products”: 1) the four problem situations that involve the algebraic language created based on the EJA students’ needs and 2) the theoretical synthesis from the analysis elaborated based on the development of the four problem situations as an essay. The educational products reflect the movement of the classroom, as well as its methodology called dialogical.

The educational products presented here do not intend to indicate some type of methodology that must be followed by those who teach algebra in non-formal spaces specially for EJA. It intends to invite teachers who give algebra lessons in “non-formal” and “formal” schools to think about an education that often excludes the student. And at the same time to create problem situations connected to the algebraic concepts that regard the context it is inserted.

The problem situations presented are different from those presented in the majority of the didactic books since they have the interdisciplinarity as a starting point that is the base of the work proposal at the cursinho.

Introdução

Julgo importante iniciar essa parte do trabalho, relatando a trajetória pessoal da minha formação profissional, uma vez que ela justifica a minha participação e atuação no local de pesquisa, bem como a escolha do seu tema. Por isso, usarei, por ora, a primeira pessoa do singular, retomando o plural ao final do relato, uma vez que nunca construímos nada de forma solitária. Para elaborarmos nossas ações, sempre contamos com várias pessoas. Logo, em dado momento, escreverei este texto na primeira pessoa do plural.

Durante o meu curso de licenciatura, feito na UNICAMP, entre 1999 e 2003, consegui um estágio em um cursinho tradicional da cidade e fui contratada como “plantonista”. Assim, eu era responsável por tirar as dúvidas dos vestibulandos no horário contrário ao das aulas e eventualmente, substituía os professores da área que faltassem às aulas. Foi a primeira vez em que eu entrei em uma sala de aula, sem me preocupar em aprender conteúdo e anotar o que o professor dizia. Era o que eu queria. Eu pensava que, finalmente, toda a teoria da universidade poderia ser transformada em algo mais sólido, que fizesse mais sentido.

Assim foi meu pensamento até o final da graduação: eu queria que tudo acabasse logo, para poder me dedicar à vida docente e me tornar, enfim, uma professora. Tinha em mente que não voltaria mais à universidade, que ela já havia me dado o diploma e os “conhecimentos” matemáticos e pedagógicos suficientes para que eu seguisse minha profissão.

Trabalhei no cursinho e em mais algumas escolas particulares de Campinas e de cidades vizinhas, até o final de 2004, quando passei em um concurso público. Decidi voltar para minha cidade natal, Ribeirão Preto, e assumir meu cargo como professora em uma escola do Governo do Estado de São Paulo, justamente na escola onde concluí o Ensino Fundamental II.

Sempre tive uma espécie de “dívida” com a educação pública. Toda a minha formação básica e superior, exceto os três anos do Ensino Médio, aconteceu em escolas públicas. Era um sonho e um objetivo voltar a esse contexto, como professora.

Foi uma vivência muito rica e diferente do que esperava. Desde o início, as impressões eram “como as coisas mudaram” e “não era assim na época em

que eu estudava”. Inquietações foram surgindo. Era difícil aceitar que o modelo que eu tinha para minhas aulas não funcionaria. E, de fato, não funcionou.

Precisei de um tempo para perceber e entender tudo aquilo. Pensava, erroneamente, que o problema era da escola pública e da somatória de todos os fatores que a envolvem, como a progressão continuada, a desvalorização do trabalho docente, a quantidade de alunos por sala, a jornada dupla e muitas vezes tripla do professor e o público cada vez mais carente e sem uma estrutura familiar. Para mim, o contexto justificava, simultaneamente, os problemas que os alunos tinham em aprender e os que eu tinha em ensinar.

Em 2006, comecei a dar aula em um cursinho da USP de Ribeirão Preto. Chamou a minha atenção esse cursinho, porque tinha, como etapa do processo seletivo, a análise socioeconômica dos candidatos, uma vez que os alunos provenientes de escolas públicas teriam preferência no preenchimento das vagas. Por esse fato, o cursinho se autodenominava como “popular”.

Por algum tempo, eu pensei estar no melhor local do mundo: uma boa estrutura física (ar condicionado, carteiras novas, lousa sem buracos) e pedagógica (apostilas “tradicionais”, usadas em cursinhos “caros”) e um público “carente, porém interessado”. Mais uma vez minha visão sobre o todo era muito limitada e equivocada e, mais uma vez, precisei de um tempo para perceber tudo isso.

Logo as inquietações apareceram novamente. Eu não conseguia entender, por exemplo, como alguns estudantes daquele cursinho não assistiam à aula. Na minha visão, aquela era uma oportunidade, talvez única, para muitos deles chegarem à universidade, e eles simplesmente não abriam a apostila durante a aula ou não prestavam atenção.

Continuei na escola pública e no cursinho e, em 2008, fui contratada por uma escola particular. A ideia de lidar com públicos diferentes e contextos diferentes sempre me fascinou na Educação. Entendo que lidar com essas situações, simultaneamente, enriquecem muito a prática do professor. Foi essa vivência que me fez perceber que determinadas ações funcionam em uma situação, em um contexto, mas que não valem em outro e, por outro lado, outras ações são importantíssimas, independentemente do local e do público.

Empolgada com a ideia de ter mais aulas que enriquecessem meu currículo e minha experiência docente e que representassem o aumento de

salário, acreditei que pudesse sobreviver, todos os dias, com uma jornada de trabalho de três períodos, em quatro locais diferentes, já que tive que completar a minha carga horária da escola pública em uma escola diferente da minha sede. Foi um ano muito difícil; não consegui chegar ao final dele trabalhando em tantos lugares, por isso abri mão da escola particular.

O período em que estive naquela escola foi muito produtivo. Foi o local onde conheci pessoas que pensavam diferente da maioria dos professores que eu conhecia. Professores jovens, como eu, mas com visões muito maduras, ideias novas; em outras palavras, pessoas que tinham experiências e inquietações como as minhas, porém, que haviam encontrado uma forma de lidar e dar um sentido mais efetivo ao papel do “ser docente”. Esses professores haviam fundado um cursinho popular com uma metodologia diferenciada, que realmente privilegiasse os estudantes de classes econômicas menos favorecidas.

Durante os intervalos, naquela escola particular, eu os ouvia debatendo as questões do cursinho. Eles falavam sobre tudo: desde uma situação particular de um estudante que estava passando por dificuldades, até questões burocráticas que envolviam o local onde o cursinho funcionava. Independentemente do assunto, era notório o comprometimento e a paixão com que esse grupo lidava com as questões do cursinho.

A atitude desses professores me deixava muito curiosa, não apenas para conhecer o cursinho, mas também para tentar entender como as mais diferentes ações (fundar o cursinho, dar aula sem remuneração, lutar por um espaço físico e defender o ensino público) transformavam as pessoas daquela maneira.

Apesar da curiosidade, precisei de um tempo para conhecer o espaço. Presenciei, por diversas vezes, esses professores discutindo e preparando aulas. Lembro-me da minha surpresa ao entender que a aula que estavam preparando seria dada por duas ou três pessoas de áreas diferentes! Aquela era uma das muitas características, no início, “estranhas” do cursinho.

Após inúmeros convites, resolvi aceitar uma proposta do professor Daniel para ministrar uma aula com ele. Como Daniel é formado em Biologia e disse que precisaria muito de mim naquela aula, fui logo pensando que o tema

pudesse envolver cálculos. Mesmo acostumada com as conversas, não entendi quando ele disse que o assunto dessa aula era “Guerra”.

Eu sabia que o cursinho tinha uma proposta diferenciada, que buscava a interdisciplinaridade e que privilegiava a resolução de uma situação-problema com trabalho em grupo. Entretanto, participar da elaboração de uma aula desse tipo com um colega de outra área era algo totalmente novo e diferente de tudo que eu já havia feito na minha recente carreira docente. Aceitei o desafio, apaixonei-me pelo espaço, pelas pessoas e pela metodologia.

Passei a frequentar o cursinho uma vez por semana e as reuniões aos sábados. Naquele momento, comecei a compreender o que significava um trabalho coletivo. Nós elaborávamos as aulas, conjuntamente, a partir de temas. A área da Matemática estava integrada com as demais áreas do conhecimento. Não havia mais como afirmar que “eu” preparava as aulas. Apreendi a trabalhar com o “outro”. Ou seja, “nós” preparávamos as aulas.

A atuação nesse espaço não formal de ensino remeteu-nos a reflexões muito importantes acerca do ensino público, de forma bem ampla, como questionar políticas públicas, repasse de verbas, investimento na carreira e na profissão do professor, entre outras.

Trabalhar em um cursinho popular, com jovens e adultos provenientes de escolas públicas, insatisfeitos com a formação de mais de oito anos que obtiveram na escola formal e desejosos por uma forma de educação alternativa, libertadora e democrática, motivou-nos a investigar as peculiaridades desse espaço, ligadas ao ensino de Matemática, mais especificamente, ao Ensino da Álgebra.

Constatar que esses estudantes apresentam dificuldades com questões consideradas “básicas” no ensino “formal” de Matemática, como o conceito de proporção, que é parte do currículo do atual 7º ano do Ensino Fundamental, é um fato que nos alerta para o papel social da Matemática e nos faz questionar a estrutura curricular e metodológica segundo a qual essa importante ciência tem sido abordada e apresentada aos estudantes na escola básica.

Diante desse cenário, perguntamo-nos, por exemplo: como a linguagem algébrica é construída por esse grupo de estudantes frente às situações-problema que professores de diferentes áreas e que atuam no cursinho popular elaboram, com o objetivo de promover um ensino crítico e de qualidade, contra

à chamada “educação bancária” (FREIRE, 1986), que vem de encontro com a demanda dos estudantes que procuram aprender álgebra?

Com essa questão em mente, ingressamos no PPGECE-UFSCar, em 2009.

Já no início do mestrado, a oportunidade do ingresso no Projeto Observatório da Educação com o título “Produtos educacionais no Mestrado Profissional em Ensino de Ciências e Matemática: itinerários de desenvolvimento e implementação, a partir da rede de pesquisa participante Escola-Universidade”, aprovado pela CAPES e a participação no GEM – Grupo de Estudos em Educação Matemática, motivaram-nos ainda mais a entender as diversas formas que os estudantes do cursinho usavam para resolver situações-problema que necessitavam de recursos algébricos oferecidos pela grade curricular da escola formal.

Vale ressaltar que a grade curricular da escola formal indica o trabalho com a álgebra (ou pré-álgebra), desde o início do Ensino Fundamental.

“Embora nas séries iniciais já se possa desenvolver uma pré-álgebra, é especialmente nas séries finais do ensino fundamental que os trabalhos algébricos serão ampliados; trabalhando com situações-problema, o aluno reconhecerá diferentes funções da álgebra (como modelizar, resolver problemas aritmeticamente insolúveis, demonstrar), representando problemas por meio de equações (identificando parâmetros, variáveis e relações e tomando contato com fórmulas, equações, variáveis e incógnitas) e conhecendo a “sintaxe” (regras para resolução) de uma equação.” (BRASIL, 1997, página 39)

Já no contexto da escola não formal, frequentada por estudantes provenientes dessa escola formal, que segue tradicionalmente uma grade curricular pré-determinada por órgãos competentes e embasada por leis, “os conteúdos emergem a partir dos temas que se colocam como necessidades, carências, desafios, obstáculos ou ações empreendedoras a serem realizadas” (GOHN, 2006, página 31). Ou seja, não há grade curricular pré-estabelecida a ser seguida, mas, sim, a ser criada pelo grupo que compõe o espaço.

A ausência de uma grade curricular no cursinho é explicada tanto pela sua história e suas características, quanto pela forma com que os professores colaboradores atuam nesse espaço.

Gostaríamos de observar que em 2009, quando começamos a desenvolver essa pesquisa, o grupo de professores era composto por onze professores graduados nas diferentes áreas do conhecimento: História, Geografia, Matemática, Física, Física Médica, Química, Psicologia, Engenharia, Medicina, Biologia e Língua Portuguesa.

Apesar de ser composto por especialistas de áreas diferentes, esse grupo comunga com o pensamento de SOUSA (2004), no que diz respeito a relacionar a realidade ao conceito de fluência, uma vez que “o cerne da realidade é a fluência, o movimento, a transformação, e não a fragmentação do próprio pensar humano” (página 55). Por isso, esse grupo busca sempre romper com as divisões entre as áreas, de forma a promover atividades interdisciplinares e criar situações-problema que exijam dos estudantes um olhar amplo e não “isolado” (CARAÇA, 1951), restrito, estático.

Foi por este motivo, o de considerar a realidade fluente e desejar relacioná-la com o pensamento algébrico que decidimos elaborar um projeto que considerasse a linguagem algébrica. A pergunta que norteia a pesquisa é: “quais são as ideias algébricas explicitadas por estudantes da EJA quando vivenciam, em um espaço não formal, situações-problema?”.

O texto está configurado em cinco capítulos.

No capítulo 1, cujo título é “A educação não formal: pressupostos teóricos”, temos como objetivo apresentar os fundamentos teóricos da Educação não formal.

O capítulo 2, intitulado: “Aspecto Histórico da Álgebra e sua Influência no Ensino”, apresenta um breve estudo da História da Álgebra e sua relação com a formação do pensamento algébrico na sala de aula, sob a perspectiva da escola formal, uma vez que os estudantes do cursinho tiveram sua formação em escolas “tradicionais”, ou seja, são estudantes habituados com um ensino fragmentado em disciplinas, com horários e conteúdos pré-estabelecidos e que escolheram uma forma alternativa para dar continuidade aos seus estudos e ingressar na universidade. Nesse capítulo mostraremos tanto a evolução histórica da Álgebra - desde sua fase retórica, que teve início com os babilônios

(1700 a.C) e se estendeu até Diofanto (250 d.C), até sua fase atual, chamada de simbólica, caracterizada pela formalização da simbologia, e que teve início com Viète e Descartes – quanto um estudo paralelo sobre a forma como a Álgebra é abordada pelo currículo da escola formal, com o intuito de nos ajudar a entender e discutir as situações de sala de aula que elaboramos.

O Capítulo 3 trata da “Metodologia da Pesquisa”, que indica como os dados foram construídos e apresenta as características principais dos sujeitos envolvidos no estudo. Os dados foram retextualizados a partir das anotações das aulas e são apresentados e analisados sob a forma de episódios. Os nomes dos estudantes e dos professores foram alterados por motivos éticos. Vale a pena ressaltar que a construção dos dados, ou seja, a análise dos diálogos e dos episódios das aulas praticamente direcionou a nossa pesquisa e o seu objetivo. Assim, as situações-problema surgiram das nossas reflexões e diálogos.

Durante as aulas, tínhamos, à nossa frente, uma gama de situações que representavam dilemas e inquietações sobre os conceitos de função, variável e número, por exemplo, que muitos professores, mesmo os de escolas tradicionais, presenciam cotidianamente. Porém, tais situações foram vivenciadas e analisadas num contexto com condições diferenciadas e por professores pesquisadores que permitiam discussões que, provavelmente, não aconteceriam no âmbito da escola formal.

No capítulo 4, cujo título é “Educando o olhar para compreender as vivências ocorridas em sala de aula”, apresentamos tanto as situações-problema e os diálogos decorrentes delas, na sala de aula quanto a análise teórica desses momentos.

Os anexos contêm uma cópia do planejamento geral, construído coletivamente, das aulas do cursinho e o modelo das autorizações assinadas pelos estudantes e professores que participaram da pesquisa.

Por último, apresentamos as Considerações Finais.

Capítulo 1: A Educação não formal: pressupostos teóricos

Antes de apresentar as características específicas do cursinho onde a pesquisa foi realizada, apresentaremos brevemente a fundamentação teórica que norteia nossas reflexões sobre espaços formais, não formais e informais de ensino. A partir da teoria, vamos justificar por que entendemos o espaço onde a pesquisa foi desenvolvida, ou seja, o cursinho, como espaço “não formal”.

Para GOHN (2006):

“... a educação formal é aquela desenvolvida nas escolas, com conteúdos previamente demarcados; a informal, como aquela que os indivíduos aprendem durante seu processo de socialização - na família, bairro, clube, amigos etc., carregada de valores e culturas próprias, de pertencimento e sentimentos herdados: e a educação não-formal é aquela que se aprende “no mundo da vida”, via os processos de compartilhamento de experiências, principalmente em espaços e ações coletivos cotidianas” (página 28).

Já os autores PARK e FERNANDES (2005, página 10) entendem que “a educação não-formal não tem como objetivo concorrer ou substituir a educação formal” e, da mesma forma, as experiências relatadas nesses espaços “não devem ser tomadas como receitas ou modelos a ser copiados e executados, mas como possibilidades significativas de transformação” (página 16).

Os autores ressaltam, ainda, que:

“um dos maiores desafios apontados para o campo da educação não-formal é o de promover um diálogo qualificado entre as experiências alternativas de educação (que valorizam e legitimam as diferentes manifestações do saber) e a educação formal, visando à resignificação do espaço escolar”. (PARK e FERNANDES, 2005: página 15).

A partir desse pressuposto, entendemos o porquê, em 2002, um grupo de professores da cidade de Ribeirão Preto, insatisfeitos com a desigualdade promovida pelos sistemas de ensino público e privado, tanto na educação básica, quanto na universidade, resolveram fundar um cursinho popular com metodologias diferentes das convencionais.

Apresentamos, abaixo, um relato a respeito da ideia e da necessidade de fundar o cursinho popular onde realizamos nossa pesquisa, oferecido pelo professor Daniel, um dos fundadores e idealizadores do cursinho:

“Não dá certo você querer reproduzir no cursinho popular o que os grandes cursinhos conhecidos pela mídia fazem. Não é esse o caminho. Tem gente que pensa que é assim: é dando a mesma apostila, colocando os alunos de baixa renda numa sala com ar condicionado, pegando os mesmos professores, enfim, acham que é copiando os cursinhos tradicionais que você iguala as chances e as condições para o acesso à universidade pública. Não é! Fazer isso é aumentar mais ainda a diferença entre os estudantes de classes econômicas diferentes! Imagina um cara de classe média ou alta, que tem seus 18 anos, estudou na escola pública ou privada, tanto faz, e que está agora fazendo seu primeiro ano de cursinho, desses aí conhecidos. Imagina que esse cara vai pro cursinho de manhã, volta pra almoçar em casa, acha tudo pronto, descansa um pouco e depois vai estudar. Estuda a tarde toda, se tiver dúvida ele anota e vai pro plantão que a escola oferece no dia seguinte. Quando ele para de estudar, toma seu banho, encontra a sua roupa limpinha, janta e vai descansar. Esse aluno tem tudo pra passar na universidade, ele é esforçado, estuda num lugar “muito bom”, tira suas dúvidas, e só tem isso pra se preocupar. Agora pensa que um cara acorda antes das seis da manhã pra trabalhar, tem uma hora de almoço, trabalha à tarde, mal dá tempo de jantar ou tomar banho e tem que ir pro cursinho à noite. Sem contar as contas pra pagar e a família pra sustentar. Pode colocar o material que for, o professor que for, a sala que for. Não é justo! Não é o mesmo contexto

escolar que vai conseguir equilibrar as diferenças do contexto da vida deles. São vidas distintas. Como eles vão aprender da mesma forma? Foi pensando nisso que tivemos a ideia de fundar esse cursinho. Percebemos que o trabalhador não tinha como aprender do mesmo jeito que o menino que não trabalha, que vive só pra estudar. O trabalhador precisava de diferenciais a seu favor, pra poder não só concorrer de fato a uma vaga na universidade pública, mas também ter a chance de aprender e compreender muita coisa que a escola não deu conta de ensinar, mas sob outro aspecto, outra ótica, com uma metodologia diferenciada, que fizesse mais sentido para ele, onde ele se sentisse mais valorizado (entrevista em 28 de agosto de 2010)”.

Para analisar a fala do professor Daniel à luz da teoria, concordamos com PARK e FERNANDES (2005), quando citam ambientes educacionais que se apropriam das potencialidades da comunidade e lidam com a legitimidade das diferentes manifestações dos saberes que os envolvem:

“A consolidação de experiências de educação não-formal só é possível devido a uma concepção ampla de educação, pautada numa metodologia dialógica, em que se experimenta, na prática, a construção de um conjunto de ações, reflexões e produções fluido, que se constrói, reconstrói cotidianamente, a partir do que emerge do público participante, havendo assim uma constante troca de saberes entre crianças, jovens, professores, pais, educadores populares e demais membros da comunidade, reconhecendo as diferenças culturais num exercício diário de criatividade e de expressão artística fundamentadas nos indivíduos e na coletividade.” (PARK e FERNANDES, 2005: página 16)

Assim, vale retomar a história da construção do cursinho, local onde esta pesquisa foi desenvolvida.

1.1. O Cursinho popular de Ribeirão Preto e os estudos teóricos sobre a Educação não formal: algumas aproximações

O cursinho foi fundado em 2002, por um grupo de professores da escola formal. Estava instalado, desde 2007, em um prédio que faz parte do patrimônio histórico da cidade de Ribeirão Preto. Até o término da pesquisa, o cursinho ainda funcionava naquele mesmo local. Antes de ocupar esse espaço, as atividades do cursinho ocorriam em uma casa alugada.

Devido aos gastos excessivos, os membros que faziam parte do cursinho, naquela época, procuraram um local isento do aluguel e encontraram duas casas que pertencem a uma antiga cerâmica de Ribeirão Preto.

Quando as atividades da cerâmica se encerraram, o terreno foi vendido e, nele, foi construído um supermercado de uma rede internacional. Porém, por medidas judiciais, algumas chaminés, duas casas e o asfalto em forma de paralelepípedo foram preservados, tombados, sendo considerados patrimônio histórico-cultural da cidade.

Uma ONG responsável por preservar e coordenar atividades culturais nos patrimônios históricos de Ribeirão Preto cedeu o espaço para as atividades do cursinho. Essa parceria previa que os responsáveis pelo cursinho não só ocupassem o espaço com atividades abertas à população, mas que também ajudassem na sua preservação.

Para GOHN (2006), essa é mais uma peculiaridade que nos permite classificar o cursinho como um espaço não formal de ensino:

“Na educação não-formal, os espaços educativos localizam-se em territórios que acompanham as trajetórias de vida dos grupos e indivíduos, fora das escolas, em locais informais, locais onde há processos interativos intencionais (a questão da intencionalidade é um elemento importante de diferenciação).” (GOHN, 2006: página 29)

Esse “processo interativo intencional” supra-citado pode ser interpretado, neste caso, como a parceria que houve entre os grupos; a princípio, a ONG responsável pelos prédios históricos e os membros do cursinho e, mais tarde,

por um grupo de capoeira e outro de teatro, que também realizavam atividades com os estudantes e professores dentro do espaço.

Compartilhamos dos estudos de PARK e FERNANDES (2005) quando afirmam que

“a educação não-formal tem um território e uma maneira de se organizar e de se relacionar nesse território que lhe é própria; assim, não é oportuno que sejam utilizados instrumentais e características do campo da educação formal para pensar, dizer e compreender a educação não-formal.” (PARK e FERNANDES, 2005: página 31)

Ao mesmo tempo, “é interessante compreender a educação não-formal como campo possível de criação pela prática do diálogo, que perpassa todas as relações” (PARK e FERNANDES, 2005 - página 41).

Assim, ao contrário do espaço formal, o cursinho não possui um sistema de apostila ou um livro didático fixo que seja adotado e seguido pelos professores e estudantes, apesar de haver, dentro da sala de aula, três estantes com livros-texto dessa natureza, para livre consulta durante as aulas.

A não-utilização de um “livro-base” é explicada pela concepção interdisciplinar dos professores que idealizaram e fundaram o cursinho há quase oito anos.

Busca-se, nesse tipo de espaço, sempre romper as barreiras que separam a Geografia da Física, da História, da Matemática, da Química. Uma educação sem divisões e subdivisões facilita, na opinião desses educadores, a educação democrática, voltada para a construção da cidadania e da visão crítica dos estudantes.

A respeito desse contexto e da forma de educar, GOHN (2006) define que a educação não formal:

“ocorre em ambientes e situações interativos construídos coletivamente, segundo diretrizes de dados grupos, usualmente a participação dos indivíduos é optativa, mas ela também poderá ocorrer por forças de certas circunstâncias da vivência histórica

de cada um. Há na educação não-formal uma intencionalidade na ação, no ato de participar, de aprender e de transmitir ou trocar saberes.” (GOHN, 2006: página 29)

Assim:

“A educação não-formal possui mais condições de respeitar a diferença e privilegiar a diversidade, como de permitir e favorecer o diálogo (...) ao passo que a educação formal privilegia a homogeneização, negando as especificidades e as diferenças que geram desigualdades, portanto, não propicia o diálogo” (PARK e FERNANDES, 2005, página 36).

Para GOHN (2006), a metodologia é “um dos pontos mais fracos na educação não-formal” (página 30), pois depende da motivação e do envolvimento e do cotidiano dos participantes. O conteúdo, tão contemplado nas escolas formais, não tem um papel central na educação não formal. Nela, o protagonista da metodologia é a

“problematização da vida cotidiana; os conteúdos emergem a partir dos temas que se colocam como necessidades, carências, desafios, obstáculos ou ações empreendedoras a serem realizadas; os conteúdos não são dados *a priori*. São construídos no processo.” (página 31)

Esse “processo”, na opinião do grupo de professores do cursinho, não pode ser entendido como uma aula tradicional.

As aulas do cursinho acontecem em forma de dinâmicas, que são pensadas e preparadas nas reuniões que ocorrem aos sábados. Para desenvolver essas dinâmicas, o grupo trabalha a partir de 8 temas geradores, que têm a função de nortear as situações-problema. São eles: água, energia, arte e cultura, transporte, ciência e tecnologia, guerra, direitos humanos e saúde. Cada um desses temas é chamado de “módulo” e tem duração média de 4 a 6 semanas, dependendo da solicitação dos estudantes.

Pela descrição até aqui, não teria sentido relatar que a metodologia adotada pelos professores tenha alguma semelhança com a forma clássica de ensinar, onde as carteiras ficam dispostas em linhas e colunas, voltadas para a lousa e um professor faz sua explanação, munido de um giz. As carteiras, no cursinho, ficam dispostas em um círculo. Nele, procura-se sempre criar aulas dinâmicas que propõem uma situação-problema relativa ao cotidiano dos estudantes.

A metodologia interdisciplinar e problematizadora adotada no cursinho é prevista por GOHN (2006), quando se refere à metodologia de um espaço não formal de Ensino:

“as metodologias operadas no processo de aprendizagem parte da cultura dos indivíduos e dos grupos. (...) O método passa pela sistematização dos modos de agir e de pensar o mundo que circunda as pessoas. Penetra-se, portanto, no campo do simbólico, das orientações e representações que conferem sentido e significado às ações humanas. Supõe a existência da motivação das pessoas que participam. Ela não se subordina às estruturas burocráticas. É dinâmica. Visa à formação integral dos indivíduos. Neste sentido, tem um caráter humanista.” (GOHN, 2006: páginas 31–32)

Mais uma vez, os estudos de Gohn (2006) auxiliam-nos a estudar, teoricamente, as características do cursinho popular de Ribeirão Preto.

A mesma autora nos diz que as metodologias precisam ser desenvolvidas com “com alto grau de provisoriedade, pois o dinamismo, a mudança, o movimento da realidade, segundo o desenrolar dos acontecimentos, são as marcas que singularizam a educação não-formal.” (GOHN, 2006: página 32).

Esse movimento ocorre anualmente. Apesar de haver um grupo responsável e engajado para construir coletivamente as aulas, elas não se repetem de um ano para o outro. Sempre há mudanças.

Entendemos que o “alto grau de provisoriedade” apontado pela autora na citação acima acontece no cursinho, pela concepção dos professores, que

não veem os conteúdos como algo a “ser transmitido” aos estudantes, mas sim como meios que proporcionam ao grupo o entendimento sobre a realidade à sua volta e até mesmo o entendimento sobre o papel de cada um dentro do próprio grupo, e, ainda, “a construção e reconstrução de concepção (ões) de mundo e sobre o mundo” (GOHN, 2006, página 30).

Dessa forma, é natural que as aulas sejam revistas, repensadas e recriadas ano após ano.

Para dar ao leitor uma visão mais ampla sobre a metodologia do cursinho, disponibilizamos, nos Anexos I e II, o planejamento do “Módulo Arte e Cultura” e a primeira semana do “Módulo Água”, respectivamente.

Relembramos que os dados dessa pesquisa foram reunidos/construídos durante a realização desses módulos.

No próximo capítulo, apresentaremos uma breve história da Álgebra e sua relação com o ensino, considerando-se, inicialmente o ensino da linguagem algébrica apresentado no currículo da educação formal.

Capítulo 2: Aspecto Histórico da Álgebra e sua Influência no Ensino

O Ensino da Álgebra tem se mostrado um grande obstáculo a ser enfrentado pelo professor de Matemática, já no Ensino Fundamental. Em geral, nas escolas brasileiras a linguagem algébrica começa a ser introduzida no 7º ano quando letras passam a representar números e os conceitos de variável e incógnita são apresentados.

Para introduzir e “facilitar” essa nova linguagem, “as atividades de ensino que constam na maioria dos livros didáticos têm como ponto de partida a variável letra. De forma geral, a álgebra simbólica¹ é ensinada sem o seu lógico-histórico²” (SOUSA, 2004, página 79).

É bastante comum encontrarmos exercícios do tipo: “traduza para a linguagem algébrica: o dobro de um número mais 5”. Espera-se, com isso, que o estudante escreva “ $2x + 5$ ” e supõe-se, conseqüentemente, que ele aprendeu (ou deu um grande passo para aprender) a escrever e pensar algebricamente, que domina as técnicas da Álgebra e já é capaz de fazer manipulações envolvendo essa linguagem

Essa suposição se dá de forma quase que inconsciente pela maioria de nós, professores do Ensino Fundamental da escola formal. É um equívoco pensar que o pensamento algébrico começa a ser construído com a tradução de expressões e substituição de palavras por símbolos.

De acordo com SOUSA (2004), não temos a clareza de que, para “pensar algebricamente, civilizações e pensadores foram buscar no concreto do conceito de número, o seu nexos conceitual”, ou seja, “é no fervilhar da elaboração dos conceitos de número, variável, campo de variação que o pensamento algébrico se refina” (Sousa, 2004: página 87).

Após a introdução da linguagem e dos símbolos matemáticos para representar expressões, apresentam-se aos estudantes as equações.

¹ Refere-se, segundo EVES (2004), ao “último estágio” da álgebra, “em que as resoluções se expressam numa espécie de taquigrafia matemática formada de símbolos que aparentemente nada têm a ver com os entes que representam” (página 206)

² Para SOUSA (2004) “A relação entre o lógico e o histórico apresenta-se enquanto unidade dialética lógico-histórico, do desenvolvimento do conceito que estuda as conexões internas deste e não apenas do seu formalismo.” (página xi). E ainda: “O lógico reflete o histórico de forma teórica. O histórico contém o processo de mudança do objeto, as etapas de seu surgimento e desenvolvimento, as casualidades dos fatos e da vida. Em suma, o lógico é o histórico despido das casualidades que perturbam o histórico.” (página 2)

Nelas, as letras, que antes tinham um caráter de variável, reduzem-se a um número desconhecido a ser descoberto por meio de ferramentas da aritmética. Quase de forma inevitável, os estudantes acabam decorando regras para conseguir resolver os “problemas”, sem nenhum entendimento sobre os conceitos envolvidos. Não percebem que um dos papéis que a variável assume é o de incógnita.

SCARLASSARI (2007) alerta que “o uso de tal procedimento para explicar leva o aluno a um pensamento rígido e pode construir uma falsa ideia de que a álgebra é estática, rígida, sem relação com a vida e com significados que ele possa construir a partir do seu cotidiano” (Scarlassari, 2007: página 31).

Nos 8º e 9º anos, a Álgebra aparece de maneira extremamente formal para um estudante da escola básica, sob a forma da fatoração. É um trabalho difícil para os estudantes, que, muitas vezes, não conseguem seguir os rígidos passos e regras necessárias para execução da fatoração, por simplesmente não terem ainda facilidade na manipulação da nova linguagem (introduzida no ano anterior) e também, por não relacionarem as regras da aritmética para essa nova linguagem. É igualmente complicado para nós, professores, que temos que justificar e tentar convencer os estudantes de que toda aquela simbologia e as regras serão usadas no Ensino Médio.

No momento em que o professor se rende a esse argumento, ou seja, assume que a Matemática, neste caso, a Álgebra, aprendida no Ensino Fundamental tem seu fim nela mesma, ignora que

“a construção dos conceitos algébricos considerou os elementos históricos desenvolvidos pelo pensamento humano desde as mais remotas civilizações. Nunca esteve dissociado da cultura e do trabalho humanos” (SOUSA 2004, página 87).

Apesar de os conceitos de movimento e fluência, do ponto de vista histórico, serem ignorados no ensino tradicional da Álgebra, percebemos que há uma evidência histórica na formação do currículo da Matemática no Ensino Fundamental, que talvez justifique essa sequência pedagógica que perdura há muito tempo: primeiro, a “tradução” de expressões para a linguagem

matemática e, depois, a (tentativa de) aquisição da habilidade em manipular esses símbolos.

Historicamente, a Álgebra surge em sua forma primitiva em povos, como os egípcios e os babilônios (3000 a.C – 260 a.C). Os primeiros, segundo BOYER (2010, página 12), resolviam equações lineares do tipo $x + ax = b$, com a e b conhecidos e x a incógnita, chamada “aha”, a ser descoberta.

“Muitos dos cálculos com “aha” no Papiro de Rhind são evidentemente exercícios para jovens estudantes. Embora uma grande parte deles seja de natureza prática, em algumas ocasiões o escriba parece ter tido em mente enigmas ou recreações matemáticas”. (BOYER, 2010, página 11)

Queremos ressaltar que o problema algébrico enunciado exclusivamente por meio de palavras (Álgebra Retórica) não isenta o leitor de ter tais conhecimentos à sua disposição.

Os egípcios, por exemplo, utilizavam um processo chamado “método da falsa posição”, que consistia em assumir um valor específico, provavelmente falso, para a variável “aha”; executar as operações descritas sobre esse número e, depois, usar proporções para chegar à resposta correta. Atualmente, nossa prática docente mostra muitas situações em que os estudantes resolvem equações, “testando” valores para a incógnita.

É muito comum um estudante do Ensino Fundamental, que ainda não está habituado com a linguagem algébrica, lançar mão dessa estratégia para resolver equações de 1º grau ou problemas de regra de três, e, mais comum ainda, esse estudante encontrar um professor que não considere seu raciocínio como uma resolução válida, sob os argumentos de que o aluno não resolveu “de fato” a equação (ou o problema) e de que, no vestibular, ele não terá a oportunidade de explicar para o examinador o que pensou, e, por isso, deve aprender a resolver problemas “da forma correta”, ou seja, com equações.

Certamente, esse professor desconhece a História da Álgebra, ou ignora as contribuições de povos antigos para o seu desenvolvimento. Ambos os casos nos levam a pensar no ensino da Matemática atualmente. Será que nós,

professores da escola básica, sabemos de fato o que estamos ensinando? Será que dominamos de fato o conteúdo que ensinamos?

Os babilônios foram mais além: “perto do ano 2000 a.C a aritmética babilônica já havia evoluído para uma álgebra retórica bem desenvolvida” (EVES: 2004, página 61). Conseguiram resolver equações quadráticas por substituição e por completamento de quadrados e até mesmo algumas equações de terceiro grau.

O hábito de construir tábuas também é um vestígio da ideia de dependência entre grandezas. Era comum usarem desse algoritmo para descobrir o dobro de um número, potências e até mesmo logaritmos. De acordo com EVES (2004):

“Podemos concluir, em suma, que os babilônios eram infatigáveis construtores de tábuas, calculistas extremamente hábeis e certamente mais fortes em álgebra do que em geometria. É impressionante a profundidade e a diversidade dos problemas considerados por eles.” (Eves, 2004: página 63)

A apropriação de um símbolo, ou uma palavra, para designar a incógnita, é uma fase da evolução do pensamento algébrico chamada Álgebra Sincopada.

Obviamente, a linguagem usada hoje não era a mesma da época, mas, aqui, encontramos uma evidência da necessidade de um símbolo para expressar quantidades, grandezas ou números desconhecidos. Segundo SCARLASSARI (2007),

“Os tipos de linguagem se referem aos períodos pelos quais a álgebra passou até chegar a sua simbologia atual. Inicialmente, não só a álgebra, como toda a Matemática, eram retóricas. Aos poucos, passou a existir uma necessidade de simplificar as escritas dos enunciados e começaram a surgir, depois disso, abreviações que deram um impulso para o simbolismo algébrico” (Scarlassari: 2007, página 11).

SOUZA E DINIZ (1996) chamam a nossa atenção para esse distanciamento de tempo, justificando que a baixa aprendizagem dos estudantes deve-se ao ensino fragmentado da Álgebra.

Concordamos nesse ponto, pois consideramos que a Álgebra do Ensino Fundamental não passa de uma série de regras apresentadas e memorizadas pelos estudantes, que acabam as aplicando e executando como algo totalmente sem sentido e sem conexão com sua realidade.

Os próprios Parâmetros Curriculares Nacionais (1997: página 21) criticam essa formalização excessiva no ensino da Matemática:

“é importante salientar que ainda hoje nota-se, por exemplo, a insistência no trabalho com os conjuntos nas séries iniciais, o predomínio absoluto da Álgebra nas séries finais, a formalização precoce de conceitos e a pouca vinculação da Matemática às suas aplicações práticas”.

Esse fato é considerado um resquício do Movimento da Matemática Moderna.

O movimento curricular denominado de Matemática Moderna chegou às escolas brasileiras com bastante força nas décadas de 70 e 80 e tinha como objetivo aproximar a Matemática escolar da Matemática pura. Com o tempo, percebeu-se que a proposta de um ensino cuja maior preocupação é lidar com abstrações internas à própria Matemática inviabiliza o entendimento da própria Matemática.

Segundo SOUSA (2004: página 10) “ao que parece, na pressa de ensinar o formalismo algébrico, tanto professor, como aluno, ficam presos às amarras do desconhecimento matemático e do desconhecimento algébrico”.

Atualmente, o Ensino da Matemática, que tenta romper com a proposta da Matemática Moderna, abrange papéis e objetivos diversos, como enfatizar a resolução de problemas na exploração da Matemática, a partir dos problemas vividos no cotidiano e encontrados nas várias disciplinas E promover um papel ativo do estudante na construção do seu conhecimento. Assim,

“é importante que a Matemática desempenhe, equilibrada e indissociavelmente, seu papel na formação de capacidades intelectuais, na estruturação do pensamento, na agilização do raciocínio dedutivo do estudante, na sua aplicação a problemas, situações da vida cotidiana e atividades do mundo do trabalho e no apoio à construção de conhecimentos em outras áreas curriculares”. (BRASIL, 1997, página 25).

Retomando o nosso estudo histórico sobre as civilizações antigas que começaram a pensar algebricamente, chegamos aos gregos.

O conhecimento dos povos antigos, como egípcios e babilônios, passou a ser difundido por toda a região do Mediterrâneo, até chegar à Europa. “Os gregos tiveram contato com os esplendores da civilização egípcia, encantaram-se com seus templos, monumentos e pirâmides e começaram a aprender a sua Matemática.” (GARBI, 2007, página 14)

No campo da Matemática, os gregos são famosos pela publicação de Os Elementos de Euclides (por volta de 300 a.C), que reúne e sistematiza todo o conhecimento matemático conhecido até a época. Essa importante e notável obra é dividida em treze livros, a maioria sobre Geometria. “A quase total dedicação dos matemáticos gregos à Geometria custou-lhes o sacrifício dos conhecimentos aritméticos.” (GARBI, 2007, página 19).

Ao analisar a contribuição grega para a construção do campo dos números racionais e irracionais, CARAÇA (1951, página 73) diz que “a escola pitagórica nos apresenta um lado positivo e um lado negativo”. Acerca do lado negativo, o autor cita “tudo aquilo que aos números se atribui fora de sua propriedade fundamental de traduzir relações de quantidade”, culminando no que ele denomina de “degradação do número, horror do infinito e horror do movimento” (Caraça, 1951: página 81).

Apesar de a Geometria ser o principal objeto de estudo dos gregos, e da “crise” desse povo diante da questão da incomensurabilidade, percebemos, nessa época, o desenvolvimento da “álgebra-geométrica”.

BOYER (2010, página 53) diz que esse povo resolvia equações quadráticas pelo processo conhecido como “aplicação de áreas” e que “a álgebra geométrica antiga não era um instrumento ideal, mas eficaz” (Boyer,

2010: página 75); ou seja, para resolver seus problemas geométricos, os gregos passaram a desenvolver um método próprio, apesar de não ser esse o seu principal objetivo.

Mais uma vez, encontramos a História presente no currículo da Matemática e nos livros didáticos. A solução “geométrica” dos gregos é extremamente explorada por autores de livros didáticos, como recurso visual, e produzida por professores, que usam desse artifício, principalmente para introduzir equações de segundo grau no fim do Ensino Fundamental e no início do Ensino Médio.

Entendemos como positiva esse contribuição grega, principalmente por associar a incógnita a ser descoberta a uma grandeza (área, volume ou comprimento). Acreditamos, também, que a rigidez e a formalização da Matemática, por parte dos gregos, presente na estrutura de Os Elementos, tenham influência importante na forma como a Matemática escolar foi e ainda é constituída.

Apesar de a análise dos livros didáticos não ser nosso objetivo, entendemos que a sua apresentação e utilização influenciam e refletem a composição do currículo de Matemática na escola básica, e, por consequência, o processo de ensino-aprendizagem na sala de aula. Nesse sentido, SILVA JUNIOR (2007, página 15) afirma que:

“Euclides foi o primeiro a utilizar este método, chamado axiomático. Desta maneira, os seus Elementos constituem o primeiro e mais nobre exemplo de um sistema lógico, ideal, que muitas outras ciências imitaram e continuam a imitar.” (Silva Junior, 2007: página 15)

Não nos restam dúvidas sobre a contribuição grega para o desenvolvimento, não apenas da Geometria, mas também da Álgebra e, sobretudo, sua influência na sua abordagem das mesmas na escola básica durante séculos.

Foi no período historicamente chamado de Idade Média (Europa, século V ao século XI) que “o ensino praticamente deixou de existir, quase todo o saber grego desapareceu e muitas das artes e dos ofícios legados pelo

mundo antigo foram esquecidos” (EVES, 2004, página 289). Nesse período, conhecido como “Idade das Trevas”, as civilizações européias se fecharam em castelos e enfrentaram guerras e pestes.

“Embora a matemática, na Idade Média, tivesse sido essencialmente prática, a matemática especulativa não desapareceu totalmente. As elocubrações dos filósofos escolásticos levavam a teorias sutis sobre movimento, infinito e contínuo, conceitos de importância fundamental na matemática moderna” (EVES, 2004, página 295).

Após esse período obscuro e de pouca produção, o século XV é marcado pelo Renascimento Europeu na arte e no saber. O desenvolvimento do comércio, a expansão marítima e a invenção da imprensa foram grandes facilitadores da disseminação do conhecimento oriundo de civilizações primitivas. Nesse período, “a álgebra árabe fora perfeitamente dominada e tinha sido aperfeiçoada, tanto pela resolução das cúbicas e quárticas, quanto por um uso parcial de simbolismo” (BOYER, 2010, página 207).

Nesse contexto, surgem, por volta de 1500, os primeiros símbolos algébricos modernos, como a igualdade, o radical, os sinais positivo e negativo, com ênfase para os estudos do matemático francês François Viète. Segundo EVES (2004):

“Viète introduziu a prática de usar vogais para representar incógnitas e consoantes para representar constantes. A convenção atual de se usar as últimas letras do alfabeto para indicar as incógnitas e as primeiras para as consoantes foi introduzida por Descartes em 1637. Antes de Viète era comum se usarem letras ou símbolos diferentes para as várias potências de uma mesma quantidade. Viète usava a mesma letra, adequadamente qualificada”. (Eves, 2004: página 309)

BOYER (2010, página 208) descreve as contribuições desse matemático como “uma convenção tão simples quanto fecunda” (página 208) e ainda

ressalta, acerca de todo esse rebuscamento da linguagem algébrica, que mais tarde fora notoriamente aperfeiçoada principalmente por Descartes, que “não é dado a um só homem fazer toda uma dada transformação; ela deve vir em passos sucessivos”.

O matemático francês Rennè Descartes (1596-1650) é considerado um dos principais influentes do pensamento ocidental moderno. No terceiro apêndice de sua obra Discours (1637), chamado La géométrie, Descartes apresenta sua geometria analítica (ou cartesiana):

“*La géométrie* não é, de maneira nenhuma, um desenvolvimento sistemático do método analítico, e o leitor é obrigado a quase construir o método por si mesmo, a partir de certas informações isoladas. Há trinta e duas figuras no livro, mas em nenhuma delas se encontram colocados explicitamente os eixos coordenados. O texto foi escrito intencionalmente de maneira obscura e como resultado era difícil de ler, o que dificultava muito a divulgação do seu conteúdo” (EVES, 2004, página 388)

Para BOYER (2010: página 32), “Descartes ia mais longe do que qualquer de seus predecessores em sua álgebra simbólica e na interpretação geométrica da álgebra” e

“estava convencido de que todas as ciências matemáticas partem dos mesmos princípios básicos e decidiu usar o melhor de cada ramo. Seu método em *La géométrie* consiste, então, em partir de um problema geométrico, traduzi-lo em linguagem de equação algébrica, e, depois, tendo simplificado ao máximo a equação, resolvê-la geometricamente, de modo semelhante ao que se usava para quadráticas” (Boyer, 2010: página 233).

Podemos dizer que, nesse momento a Álgebra sofre uma transformação, não apenas na sua linguagem, mas, também, na sua própria definição. Deixa de ser apenas um conjunto de técnicas para obter quantidades desconhecidas e passa a ser um instrumento poderoso para resolução ou

tradução de alguns problemas e, também, (talvez seja essa a maior importância da Álgebra moderna) um método de se chegar a importantes generalizações.

Após essa breve síntese da História da Álgebra, voltamos ao início desse capítulo e retomamos a ideia de que o currículo de Matemática, em especial o da Álgebra, no Ensino Fundamental, tenta reproduzir de forma linear, guardadas as devidas proporções, o pensamento construído historicamente, tendo como ponto de partida a álgebra simbólica.

Ou seja, o Ensino Fundamental dá ênfase à Álgebra que privilegia a variável representada a partir da letra. Ignora-se a variável representada na forma de palavra, figura e a mistura entre palavra e figura. É como se a variável sempre tivesse sido representada apenas pela letra. O estudante passa pela escola sem compreender, por exemplo, que o “x” de hoje já foi representado pela palavra, pela figura e pela mistura entre palavra e figura. E, mais, sai da escola sem compreender que a variável representa movimento, fluência.

A maioria dos livros, como já foi dito, inicia o estudo da Álgebra com problemas de grandezas desconhecidas, passa por traduções de expressões escritas para o uso de linguagem e simbologia matemática, depois apresenta a resolução de equações na forma simbólica e, por fim, no Ensino Médio, propõe o estudo de funções.

Essa sequência quase chega a ser justificada depois do estudo feito aqui. Dizemos “quase”, porque, segundo indicam os estudos de Scarlassari (2007), a tentativa de reproduzir aspectos históricos da álgebra simbólica não garante um eficiente processo de ensino-aprendizagem e, muito menos, garante que as necessidades dos sujeitos envolvidos no processo sejam atendidas.

Para BELTRAME (2009):

“A Álgebra e seu ensino no currículo escolar, ainda podem ser considerados fonte de dificuldade para os alunos, comprovada por pesquisas na área de Educação Matemática e pelos resultados das avaliações externas”. (página 19)

Em sua tese de mestrado, Juliana Beltrame fez uma reflexão sobre a Álgebra escolar como um todo, considerando-se a educação formal, ocorrida nas escolas públicas do Estado de São Paulo, desde os conteúdos abordados, os livros adotados, a importância desses livros no trabalho do professor que vai ensinar Álgebra, até o entendimento do que é atividade algébrica e como ela está envolvida no ambiente escolar.

A autora analisou alguns livros didáticos e também a atual Proposta Curricular do Estado de São Paulo, implementada pela Secretaria de Educação do Estado de São Paulo (SEE), em 2008. Essa nova proposta, com a tentativa de uniformizar e padronizar um currículo comum às escolas públicas, oferece os conteúdos de cada disciplina subdivididos em “Cadernos” que contém atividades para os alunos (“caderno do aluno”) e subsídios para o professor trabalhar e explorar as atividades propostas (“caderno do professor”).

Analisamos algumas atividades dessa proposta para a Matemática no Ensino Médio, com base no trabalho de BELTRAME (2009). A intenção dessa análise é ilustrar a abordagem e os objetivos do ensino da Álgebra nas escolas públicas do Estado de São Paulo (uma vez que essa proposta tem certa conotação interdisciplinar) e confrontá-los, mais adiante, com as atividades propostas elaboradas pelo grupo de professores do cursinho, observadas e analisadas nesta pesquisa.

Segundo as orientações gerais (aos professores) sobre os Cadernos:

“Os temas escolhidos para compor o conteúdo disciplinar de cada bimestre não se afastam, de maneira geral, do que é usualmente ensinado nas escolas, ou do que é apresentado pelos livros didáticos. As inovações pretendidas referem-se à forma de abordagem dos mesmos, sugerida ao longo dos Cadernos de cada um dos bimestres. Nessa abordagem, busca-se evidenciar os princípios norteadores do presente currículo, destacando-se a contextualização dos conteúdos, as competências pessoais envolvidas, especialmente as relacionadas com a leitura e a escrita matemática, bem como os elementos culturais internos e externos à Matemática” (SÃO PAULO, 2009, página 8)

Esse trecho da parte de orientações aos professores sobre o uso dos Cadernos deixa clara a preocupação com a manutenção de conteúdos que vigoram na grade curricular da escola básica há um bom tempo, porém, com uma abordagem diferenciada, que busca a contextualização e a valorização de elementos culturais internos e externos à Matemática.

Como antecipamos, vamos exemplificar algumas atividades propostas nesse Caderno da SEE no capítulo 4, para ilustrar e ajudar a entender o formato das atividades de ensino que os professores do cursinho elaboram. Por ora, adiantamos que, ao pensar as atividades de sala de aula, esse grupo de professores também tem como objetivo contextualizar e valorizar os elementos culturais internos e externos à Matemática e as competências individuais envolvidas, como prevê o trecho da SEE.

Após a sequência de atividades propostas, o Caderno traz “Considerações sobre Avaliação Final” acerca do trabalho realizado, dos resultados esperados dos estudantes em relação ao conteúdo específico estudado e, também, em relação às habilidades e competências a serem desenvolvidas a partir do conteúdo. Nessa sessão do Caderno, o professor também encontra alternativas para melhorar os resultados dos alunos, caso não sejam satisfatórios, e algumas instruções sobre avaliações externas:

“Além dessas habilidades específicas, que estão relacionadas aos conteúdos que foram estudados no bimestre, o professor deverá também considerar as matrizes de avaliações externas e os respectivos descritores relacionados ao tema do bimestre. Resultados de avaliações como Saresp³, Enem⁴, Prova Brasil⁵, dentre outras, podem fornecer dados importantes sobre dificuldades apresentadas pelos alunos. Essas avaliações também servem de fonte confiável para aferir o conteúdo essencial do bimestre.” (SÃO PAULO, 2008, página 33)

³ Sistema de Avaliação do Rendimento Escolar de São Paulo.

⁴ Exame Nacional do Ensino Médio.

⁵ Maiores informações em

http://portal.mec.gov.br/index.php?option=com_content&view=article&id=210&Itemid=324
(último acesso em 10/09/2011)

Julgamos interessante trazer essa citação neste capítulo, que tem como um dos objetivos analisar o ensino da Matemática na atualidade, em especial o da Álgebra. O trecho acima, em nossa opinião, mostra que, além de preocupações, como a formação do cidadão crítico e o desenvolvimento de competências pessoais do aluno, cabe, também, ao professor assumir a responsabilidade pelos resultados de avaliações externas. Entendemos que essa “cobrança” cada vez maior deixa a autonomia do trabalho do professor cada vez mais restrita.

BELTRAME (2009) analisa a influência dessas avaliações no caso específico do ensino da Álgebra:

“A Álgebra e seu ensino, no currículo escolar, ainda podem ser considerados fonte de dificuldade para os alunos, comprovada em por pesquisas na área de Educação Matemática e pelos resultados de avaliações externas, como o Saesp. O baixo rendimento, muitas vezes, ocasiona um aumento do tempo dedicado a ela, com acréscimo na quantidade de atividades propostas que valorizam a repetição dos exercícios e enfatizam os cálculos algébricos”. (página 19)

Este estudo sobre o aspecto histórico da Álgebra, algumas considerações sobre o currículo de Matemática das escolas públicas de São Paulo e as dificuldades que os professores enfrentam ao lecionar essa disciplina, dão-nos um panorama para podermos analisar, no capítulo 4, as atividades de ensino preparadas pelo grupo de professores do cursinho, e vivenciadas pelos estudantes desse espaço, em que a pesquisa foi realizada.

No próximo capítulo, apresentaremos a Metodologia da pesquisa, de forma que possamos explicitar por que defendemos uma proposta diferenciada para ensinar a linguagem algébrica, para os estudantes da EJA inseridos no contexto da Educação não formal.

Capítulo 3: Metodologia da pesquisa

Conforme havíamos dito anteriormente, este estudo está fundamentado nos moldes da pesquisa-ação, por termos participado da elaboração das situações-problema que resultaram dos episódios narrados e analisados. Vale ainda ressaltar que elaboramos as situações-problema durante o desenvolvimento das aulas. Caracterizamos, ainda, a pesquisa como estudo de caso.

Nesse sentido, a metodologia da pesquisa considera a busca dos idealizadores e membros do cursinho por uma educação libertadora, democrática e problematizadora, no sentido proposto por Paulo Freire. Tal busca explica a nossa atitude dialógica na mediação das discussões levantadas em sala de aula. A postura dialógica pode ser entendida como metodologia para o desenvolvimento das situações de aprendizagem.

FREIRE (1987; página 39) defende que:

“a educação libertadora, problematizadora, já não pode ser o ato de depositar, ou de narrar, ou de transferir ou de transmitir “conhecimentos” (...). A educação problematizadora coloca, desde logo, a exigência da superação da contradição educador-educandos. Sem esta, não é possível a relação dialógica”. (Freire, 1987: página 39)

O estudo de caso é o mais apropriado para esta pesquisa, porque o nosso interesse é estudar as ideias algébricas de um determinado grupo, que aprende os conceitos algébricos em um local específico, diferente da escola formal: os estudantes da EJA que frequentam um cursinho popular.

“Para STAKE (2000, p.436), o estudo de caso como estratégia de pesquisa caracteriza-se justamente por esse interesse em casos individuais e não pelos métodos de investigação, os quais podem ser os mais variados, tanto qualitativos como quantitativos. (...) Para ele, um caso é uma unidade específica, um sistema

delimitado cujas partes são integradas.” (ALVES-MAZZOTTI, 2006: página 642)

Entendemos, também, que esta pesquisa se trata de um estudo de caso qualitativo.

ALVES-MAZZOTTI (2006), em seu artigo sobre os estudos de caso, pondera as preocupações e as visões de diferentes autores acerca desse procedimento.

“Yin acrescenta, ainda, que estudos de caso são também usados como etapas exploratórias na pesquisa de fenômenos pouco investigados ou como estudos-piloto para orientar o *design* de estudos de casos múltiplos. Note-se que, aqui, aparece outro critério que justifica a escolha do estudo de caso como abordagem adequada de um problema de pesquisa: tratar-se de fenômeno pouco investigado, o qual exige estudo aprofundado de poucos casos, que leve à identificação de categorias de observação ou à geração de hipóteses para estudos posteriores.” (página 644).

Nesse sentido, nosso entendimento sobre estudo de caso qualitativo não se dá apenas pelo fato de contarmos com um número pequeno de participantes, ou por ser apenas uma turma observada, ou ainda pelas características diferenciadas que o cursinho apresenta, mas, sim, por consideramos que o movimento da sala de aula quando analisado por aqueles que fazem o ensino: os professores. Os professores podem produzir, além das situações-problema, teoria e conhecimento sobre as ideias que são explicitadas pelos estudantes, enquanto vivenciam as situações apresentadas. Tais produções denominadas de produtos educacionais podem contribuir com a comunidade científica da área da Educação Matemática.

A partir dos pressupostos apresentados acima sobre Estudo de Caso, podemos afirmar que a unidade específica deste estudo se dá pela relação diferenciada entre os diversos fatores que compõem e caracterizam o cursinho, desde o ambiente (caracterizado por nós como um espaço não formal), os

sujeitos participantes da pesquisa (tanto estudantes quanto professores colaboradores), até a proposta político-pedagógica idealizada historicamente pelo grupo que fundou o cursinho.

Ao mesmo tempo, o sistema que norteia, tal unidade, está relacionado tanto ao público-alvo, estudantes da EJA, quanto à forma de pensar e elaborar as aulas, de forma interdisciplinar. Ou seja, a particularidade e a singularidade deste caso estão no fato de que essa situação não convencional, que foge do contexto tradicional de um ambiente escolar, permite-nos estudar e analisar situações únicas, planejadas e vivenciadas, coletivamente, de forma a fazer os estudantes refletirem sobre um problema e buscarem, nos diversos conteúdos das disciplinas escolares, estratégias para resolvê-lo. Na maioria das pesquisas feitas em escolas no âmbito da educação formal, o objetivo está em um determinado conteúdo e na aplicação de atividades que supostamente facilitam e garantem o sucesso do aprendizado dos estudantes.

3.1: As aulas ministradas no Cursinho e suas contribuições para o desenvolvimento da pesquisa

Buscando minimizar as diferenças entre educador-educando sugeridas por Paulo Freire, as aulas do cursinho, de um modo geral, contam com a participação constante dos estudantes desde o processo da elaboração, que ocorre aos sábados, até a execução das propostas nas aulas durante a semana. Essa característica ficará evidenciada durante a descrição dos episódios de sala de aula que serão analisados nesta pesquisa.

Diante desse cenário que prega uma educação democrática e libertadora, não teria sentido, ao nosso entendimento, preparar atividades fora do contexto e da programação geral do cursinho, para justificar a pesquisa.

A nossa intenção é justamente valorizar a ação do grupo de professores e estudantes desse espaço que se propõe a criar, pensar, e repensar suas próprias atividades de acordo com a necessidade e com a vida dos estudantes, negando-se a prestar o papel de meros executores de propostas curriculares. Nesse sentido, compartilhamos com SOUSA (2004, página 6) a ideia de que “a escola tenta desvincular a vida teórica da vida prática”, e vemos, nos professores do cursinho, um movimento que tenta romper com essa ideia.

Não estamos criticando nenhum material, nem mesmo a existência deles. Como trabalhamos com os professores, defendemos sempre que os professores devem ter capacidade e autonomia para desenvolver suas próprias atividades, diante dos diversos contextos em que estão imersos.

Portanto, todas as aulas que foram analisadas faziam parte da programação natural do cursinho; apenas tomamos o cuidado de escolher as que traziam o objetivo principal da pesquisa, que é investigar as ideias explicitadas por estudantes da EJA quando vivenciam situações-problema que envolvem a linguagem algébrica, no contexto da educação não formal.

As aulas, ministradas na sala de aula, durante o desenvolvimento da pesquisa se configuraram como pano de fundo para que as ideias dos estudantes pudessem ser explicitadas.

O foco da pesquisa são as ideias algébricas pensadas pelos estudantes no movimento da sala de aula. Ou seja, temos como intenção analisar o que está sendo vivenciado por estudantes e professora. Aqui, num processo dialógico, todos são protagonistas.

Vale ressaltar que as aulas aconteciam de segunda à sexta, das 19h15 às 22h30, sem “divisão” no tempo das aulas, como ocorre na educação formal, onde, geralmente, aulas de cada disciplina duram 45 ou 50 minutos.

No caso do cursinho, o tempo das aulas é contínuo. Há uma pausa para o intervalo, mas sem um horário preestabelecido.

De acordo com o andamento da aula e do envolvimento dos professores e estudantes, o horário para o lanche é combinado. Muitas vezes, esse horário é “livre”, ficando a cargo dos grupos que estão fazendo alguma atividade proposta a decisão sobre o melhor momento para essa pausa. Há casos em que o envolvimento dos estudantes nas aulas é tão grande, que, quase no final do período é que alguém lembra que não houve pausa.

Aos sábados, professores, estudantes e ex-estudantes reúnem-se das 14h às 17h para avaliar a semana de aula e planejar as próximas. Após a reunião, alguns membros continuam no espaço para as atividades de teatro e capoeira. Esses encontros são de extrema importância para a construção das aulas, porque é o momento em que avaliamos e discutimos os pontos importantes que ocorreram durante a semana.

Segundo PARK e FERNANDES (2005, página 35), “o espaço para o surgimento de dúvidas, contradições e críticas é importante e propicia o processo de criação” (página 35). No nosso caso, o espaço criado proporciona, em todo momento, que sejam feitas reflexões sobre as dúvidas e contradições ocorridas durante as aulas.

Durante as reuniões que ocorrem aos sábados, os estudantes leem relatórios de aula, que contém anotações sobre o conteúdo trabalhado e a dinâmica proposta.

As observações feitas pelos estudantes podem trazer desde dúvidas sobre o conteúdo e sugestões para aprimorar a dinâmica, até um crítico sobre as aulas. Esse exercício de escrita é muito útil ao estudante, que aprimora sua capacidade de sintetizar e transpor para o papel o que aprendeu e o que ainda não ficou claro durante a aula. É útil também, para os professores, que podem usar esses relatos como uma forma de avaliar a própria prática. De qualquer forma, é crucial ouvir os estudantes e debater esses pontos em grupo para o planejamento das aulas da próxima semana, que é feito em conjunto.

3.2: Os sujeitos da pesquisa

No quadro abaixo, apresentaremos informações sobre as características dos estudantes e professores do cursinho em forma de tabela.

Lembramos que, a fim de preservar a identidade dos participantes, os nomes são fictícios.

Nome	Idade (aproximada)	Profissão	Observações gerais
Rogério	30	Motorista	Há 5 anos frequenta o cursinho; não tem como objetivo o ingresso na universidade.
Felipe	19	Ajudante de serralheiro	Terminou o Ensino Médio em 2009.
Sara	22	Estudante	Ingressou em 2009 no cursinho, porém não passou no vestibular.
Helena	25	Secretária	Ingressou em 2010 no cursinho.

Patrícia	24	Balconista	Casada; está há 6 anos longe da escola.
Henrique	23	Técnico em radiologia	Passou no vestibular da UFLA em 2009, mas decidiu fazer mais um ano de cursinho, pois julgava-se despreparado para a universidade.
Luís	33	Eletricista	Frequenta o cursinho há 4 anos; não tem como objetivo o ingresso na universidade.
Marcelo	25	Funcionário dos correios	Ingressou no cursinho em 2010.
Renato	19	Funcionário da área administrativa de um shopping	Ingressou no cursinho em 2009, ficou na lista de espera de vários vestibulares.
Gabriela	19	Estudante	Veio do Nordeste para Ribeirão Preto em 2010 incentivada pelo irmão que já frequentou o cursinho e atualmente cursa enfermagem na USP.
Tatiana	22	Telefonista	Ingressou no cursinho em 2009, porém não passou no vestibular.
Regina	23	Diarista	Ingressou no cursinho em 2009, porém não passou no vestibular.
Rita	18	Estudante	Ainda cursa o último ano do Ensino Médio. É a primeira vez que o grupo aceita essa situação.
Tadeu	30	Professor de Física	Formado em Física na UNESP-Presidente Prudente. Há 2 anos leciona no cursinho.
Neto	37	Professor de Biologia	Fundador e idealizador do cursinho. Membro frequente até hoje.
Daniel	31	Professor de Biologia	Fundador e idealizador do cursinho. Membro frequente até hoje.
Sérgio	27	Professor de Química	Formado em Química na USP-Ribeirão Preto, colabora no cursinho desde 2006.

Rafael	32	Professor de Língua Portuguesa	Formado em Medicina pela USP-Ribeirão Preto, está no final da graduação de Letras (Universidades Claretianas), colabora no cursinho desde 2006.
Luíza	27	Psicóloga	Terminou o mestrado na USP-Ribeirão Preto. Auxilia os alunos e os professores em questões de avaliação e de relacionamento. Realiza um grupo de apoio com os estudantes.
Valter	39	Engenheiro	Colabora nas aulas que exclusivamente envolvem ciências exatas desde 2006. Não é um membro que participa ativamente, pois defende o ensino da maneira tradicional.
Carlos	45	Professor de História e Geografia	Docente da UNESP-Franca; colabora no cursinho desde 2007.
Pedro	22	Professor de História e Geografia	Aluno de mestrado em História da UNESP-Franca; orientado por Carlos, frequenta o cursinho desde o início do ano, convidado por Carlos.
Luciano	27	Professor de Física e Ciências	Formado em Física Médica na USP-Ribeirão Preto. Fez pós-graduação no ensino de Física e Matemática. Colabora no cursinho desde 2006.

Foram envolvidos na pesquisa treze estudantes, cuja faixa etária é de dezoito a trinta e três anos, que estudaram, em média, por 8 anos na educação formal.

A maioria desses estudantes saiu da escola formal, e não optou por um cursinho tradicional, por basicamente dois motivos. O primeiro é o financeiro; o segundo e o mais grave, em nossa opinião, é o fato de que se julgam incapazes de acompanhar o ritmo dos cursinhos tradicionais, devido às grandes lacunas que, segundo eles mesmos, existem na sua formação.

Ao mesmo tempo, foram envolvidos na pesquisa onze professores das seguintes áreas do conhecimento: História, Geografia, Língua Portuguesa, Matemática, Química, Física, Física Médica, Medicina, Psicologia, Engenharia e Biologia. Pode-se observar que alguns dos profissionais que atuam no cursinho não poderiam lecionar em escolas tradicionais, que exigem que os professores tenham um diploma de um curso de licenciatura ou especialização, devidamente reconhecido pelo MEC.

3.3: Os episódios

Apresentamos os dados construídos no formato de episódios, descrevendo, primeiramente, a atividade preparada no dia e os objetivos relacionados a cada uma delas. Em seguida, trazemos uma breve descrição da aula, para contextualizar e justificar a atividade proposta.

Os episódios seguem após essa descrição, sob forma narrativa, com alguns diálogos retextualizados, baseados nas nossas anotações do diário de classe e, em seguida, a sua análise, considerando-se os Parâmetros Curriculares Nacionais, PCN, e autores como SCARLASSARI (2007), SOUSA (2004), CARAÇA (1951), FREIRE (1987), BELTRAME (2009) e ROSEIRA (2010).

No próximo capítulo, apresentaremos: 1) as situações-problema; 2), os diálogos decorrentes das reflexões que ocorriam durante as aulas e 3) as análises referentes ao desenvolvimento das ideias dos estudantes em relação à linguagem algébrica, enquanto vivenciavam as situações-problema no contexto da Educação não formal.

Capítulo 4: Educando o olhar para compreender as vivências ocorridas em sala de aula

Este capítulo tem como objetivo apresentar as ideias dos estudantes sobre as situações-problema que foram apresentadas durante as aulas.

Por meio dos diálogos descritos, temos a intenção de responder a questão da pesquisa: “quais são as ideias algébricas explicitadas por estudantes da EJA quando vivenciam, em um espaço não formal, situações-problema?”.

A situação-problema 1, trata do “cálculo da porcentagem de anúncios publicitários em uma revista de grande circulação nacional”. Escolhemos um episódio para analisar.

Para a situação-problema 2, “número de ouro”, selecionamos um episódio.

Para a situação-problema 3, cujo tema é “como medir a altura da casa usando uma trena e sem usar escada” escolhemos quatro episódios e, para a última situação-problema, intitulada: “pesquisa e resenha sobre o entendimento de função”, selecionamos dois episódios.

Ao todo, temos quatro situações-problema e oito episódios.

As situações-problema que elaboramos diferenciam-se daquelas apresentadas, tradicionalmente, nos livros didáticos, porque não partem de um conteúdo ensinado (ou exposto à sala), seguido por uma bateria de problemas e exercícios que necessitam invariavelmente do conteúdo visto para serem resolvidos.

A proposta que apresentaremos e que foi elaborada pelos professores, tem como objetivo central envolver os estudantes da EJA de forma que possam vivenciar situações-problema e explicitar seus conhecimentos prévios, muitas vezes adquiridos no âmbito da educação formal, para solucioná-los.

Neste movimento, o de solucionar as situações-problema apresentadas, percebemos que quando essa bagagem cognitiva não é suficiente, o próprio estudante da EJA busca no grupo ou nos livros didáticos uma informação, ou um conteúdo, que o ajude a resolver o problema que está vivenciando. Aqui, esse estudante mostra-se autônomo.

Ao mesmo tempo, vale ressaltar que, no cursinho, contexto desta pesquisa, a atitude dos professores presentes durante as aulas também faz com que essas situações-problema distanciem-se das propostas dos livros tradicionais. O uso, muitas vezes até excessivo da mediação, das discussões em grupos e, principalmente, do hábito de não fornecer respostas definitivas do tipo “está certo” ou “está errado”, faz com que o papel dos professores seja também um grande diferencial para a execução das atividades e da aula.

Nesta pesquisa, criamos quatro situações-problema.

Usamos, na situação 1, como ponto de partida para o ensino de Álgebra, o conceito de razão e proporção, mais especificamente, o de porcentagem e o da regra de três. Esse conceito é geralmente apresentado aos estudantes, no âmbito da educação formal, no sétimo ano do Ensino Fundamental. No caso do cursinho, esses conceitos fazem parte das situações-problema apresentadas aos estudantes da EJA pelas disciplinas de Física, Química e Biologia.

A importância de estudar operações e algoritmos, como a regra de três, em aulas de Matemática, está no fato de o pensamento aritmético estar diretamente ligado ao algébrico: “o cálculo algébrico nasce como generalização do modelo numérico” (SOUSA, 2004, página 98).

Já a situação-problema 2, tem como foco condutor o entendimento de um número, até então desconhecido pelos estudantes (número áureo), visto durante uma aula sobre Arte. Sua relação com a Álgebra vem do fato de esse número poder originar-se de uma equação de segundo grau específica, que explicita certo “movimento” da realidade artística. Esse procedimento contraria o que ocorre, normalmente, com o ensino de equação do segundo grau, nas escolas. Geralmente, autores de livros didáticos apresentam o conceito de equação de segundo grau sem relacioná-lo com nenhuma área do conhecimento. Apresenta-se uma equação de segundo grau, descontextualizada, explica-se como o estudante deve resolvê-la, obtendo-se as raízes, e, em seguida, explica-se o significado dos números encontrados. Nem sempre esses números estão relacionados a algum conceito de outra área de conhecimento, como, por exemplo, à Arte, ou, ainda, ao número áureo.

A terceira situação criada tem como eixo condutor o conceito de semelhança de triângulos e Teorema de Tales. Esses conceitos também fazem

parte do currículo do Ensino Fundamental I e é bastante usado até o final do Ensino Médio da educação formal.

No caso desta pesquisa, a atividade que os alunos vivenciaram nessa situação é proposta, ou pelo menos descrita, em muitos livros didáticos. Porém, na escola formal, usamos apenas o caso da medição da altura da pirâmide por meio da sombra para ilustrar a aula expositiva.

No cursinho, essa situação descreve a tentativa e as estratégias reais que os alunos utilizaram para descobrir uma altura desconhecida, sem nenhum subsídio teórico oferecido anteriormente. Nessa situação, tivemos a oportunidade de mostrar um episódio sobre a questão da generalização, tão almejada e defendida no ensino da Álgebra, sob o ponto de vista de ex-alunos da EJA que encontram dificuldades em formular padrões e acreditar que algumas relações (fórmulas) são usadas em casos gerais.

Já a última situação-problema tem como fio condutor as ideias que fundamentam o conceito de função. A dinâmica difere das aulas tradicionais principalmente pela metodologia dialógica utilizada nas aulas. Geralmente, o conceito de função é definido, nos livros didáticos, a partir de exercícios que envolvem a Teoria dos Conjuntos. Os livros convidam os estudantes a resolverem exercícios que envolvem a correspondência entre elementos de um conjunto, ilustrado por diagramas de flechas, que “levam” um elemento de um conjunto em um elemento do outro conjunto.

No âmbito desta pesquisa, a última situação-problema foi contextualizada, de forma que os estudantes puderam construir, por meio da situação proposta, a noção de dependência entre grandezas, observando que as variações em uma grandeza refletiam na outra, obedecendo a um padrão, conforme indica-nos os estudos de Caraça (1951).

No próximo item, apresentaremos o diálogo que contém os sentidos que os estudantes vão construindo, enquanto vivenciam as situações-problema que têm como ponto de partida a interdisciplinaridade.

4.1: As situações-problema vivenciadas pelos estudantes e a explicitação de suas ideias

Situação-problema 1: cálculo da porcentagem de anúncios publicitários em uma revista de grande circulação nacional.

Objetivo: analisar uma revista de grande circulação, a revista “VEJA”, e contar a quantidade de páginas que eram destinadas à publicidade e a quantidade de páginas com conteúdo jornalístico de fato, com reportagens. Após essa contagem, os estudantes deveriam calcular a porcentagem de anúncios publicitários da revista.

Descrição da aula:

Essa atividade ocorreu no dia 22/03/2010 durante a segunda semana do “Módulo: Arte e Cultura”. A proposta da aula era recuperar a aula anterior, que fora a primeira do ano. Nessa aula, os estudantes levantaram algumas questões importantes sobre a sociedade e o papel de cada um nela, e o assunto mais abordado fora a mídia e sua influência na vida das pessoas. Trouxemos uma atividade que permitia discutir a influência da mídia na construção da nossa concepção sobre arte e cultura.

Episódio I: cálculo mental x algoritmo

Observamos o grupo de Sara e Rogério. A dupla analisou uma revista de 102 páginas, das quais 55 eram anúncios publicitários e 47 eram matérias de cunho jornalístico.

Rogério, que havia calculado mentalmente, disse: “é só fazer 55 dividido por 102. Vai dar mais de 50 e um pouquinho, né, já que 102, a metade é 51, e aqui é 55, mas como é porcentagem, tem que fazer por 100 depois” (diário, 22/03/2010).

Após essa fala, Rogério pôs em prática sua explicação. Ele fez a conta conforme descrito: $(55/102) \times 100$, sem auxílio da calculadora, apesar de ter

uma à disposição, obteve 0,539 (não é uma conta exata, sobrava resto, mas ele optou por parar) e prontamente disse: “viu, 54%” (diário, 22/03/2010).

Enquanto isso, Sara fazia o mesmo cálculo pelo algoritmo da regra de três:

102 – 100

55 – x (e depois fez a “multiplicação em cruz”)

Ela chegou praticamente na mesma conta do seu amigo: “5500 divididos por 102 igual a x” (detalhe importante) e obteve (também sem calculadora) 53,92%.

Perguntamos para Rogério se o cálculo de sua colega não era a mesma coisa que o dele. O rapaz não reconheceu nenhuma semelhança entre as estratégias e disse “está certo, mas num sei se essas coisas aí de xis... mas a resposta é essa, sim” (diário, 22/03/2010).

Análise do episódio I:

Ao que parece, desde o início da atividade, Rogério já nos mostra que tem problemas em reconhecer algoritmos, bem como o que representa a letra “xis”. O rapaz nos mostra que sabe fazer cálculo mental e tem noção do conceito de proporção, pois sabia que a resposta seria maior que 50%.

Enquanto isso, Sara nos mostra neste episódio que tem o domínio do algoritmo “regra de três”. Aqui não percebemos se Sara consegue fazer alguma relação entre o algoritmo e o cálculo mental.

Situação-problema 2: número de ouro

Objetivo: auxiliar os estudantes a compreender o número de ouro, uma vez que esse tema fora mencionado durante a aula de outro professor, que tinha como foco o estudo de obras artísticas.

Descrição da aula:

Essa atividade foi elaborada a partir da necessidade que os estudantes tiveram em compreender o uso do conceito de proporção áurea em obras de arte durante, principalmente, o século XV, por Leonardo da Vinci.

O professor que introduziu esse tema explicou os significados “estéticos” associados a esse número, no campo das Artes. Os estudantes, curiosos, queriam saber *matematicamente* (não era esse o objetivo do professor e por isso, eles recorreram a nós, que somos da área específica) como esse número foi descoberto.

A explicação matemática solicitada teve que ser breve, porque ocorreu em um sábado, dia 03/04/2010, antes da reunião semanal. Gostaríamos de explicar que, por se tratar de uma atividade não planejada, e devido ao pouco tempo para sua realização, não tocamos na abordagem geométrica sobre o número de ouro, o que, talvez, fosse mais sensato e fizesse com que os estudantes compreendessem melhor a explicação.

Sobre tal abordagem, EVES (2004) define:

“Diz-se que um ponto divide um segmento de reta em *média e extrema razão* ou *secção áurea*, se o mais longo dos segmentos é média geométrica entre o menor e o segmento todo. A razão entre o segmento menor e o segmento maior chama-se *razão áurea*. Os pitagóricos mostraram interesse considerável pela *secção áurea* e pela *razão áurea*.” (página 125)

Após essa definição, o autor propõe uma série de demonstrações e construções que levam ao número de ouro. Como antecipamos, não havíamos

previsto esse questionamento e não havia tempo para uma construção mais detalhada.

A solução que nos ocorreu no momento foi propor a equação $x^2 - x - 1 = 0$ para que eles resolvessem. Queríamos que percebessem que a equação tem como solução duas raízes: $x = \frac{1 \pm \sqrt{5}}{2}$. No entanto, o número áureo (ou razão áurea) é definido pela solução positiva: $x = \frac{\sqrt{5} + 1}{2}$.

Mencionamos, ainda, que a equação do segundo grau descrita pode ser obtida por meio da figura de um pentágono regular, onde a intersecção de duas de suas diagonais divide qualquer uma delas em média e extrema razão, e que o número áureo é a raiz positiva da solução.

Episódio II: resolução da equação de segundo grau que dá origem ao número áureo

Ao tentarem resolver a equação, muitos estudantes lembravam-se que era para “fazer delta”, mas não se lembravam de “quem eram “a”, “b”, e “c” na fórmula” (diário, 03/04/2010).

Regina disse que nunca tinha visto “aquilo” e precisou de muita ajuda do grupo para conseguir resolver, prática comum entre os estudantes dessa turma. Ou seja, diante da dificuldade de um estudante, os demais se mobilizam para tentar saná-la.

Percebemos que, para ela, foi um exercício de trocar letras por números, uma espécie de tradução de linguagem, que resultava em algo totalmente sem sentido. Ela sentiu muita dificuldade e ficou desanimada por ter de “fazer uma conta tão grande para chegar num número” (diário, 03/04/2010).

Análise do episódio II:

Aqui, percebemos a importância de trabalharmos de forma interdisciplinar e em espaços não formais, uma vez que as aulas de Matemática, nesse cursinho, sempre tentam estar integradas às de outras áreas do conhecimento.

Durante a resolução da equação, fomos percebendo a dificuldade que todos os estudantes tiveram em se lembrar da “Fórmula de Báskara”. Apesar de a maioria ter passado pela educação formal e terem cursado o Ensino Médio, os estudantes mostraram que não conhecem o conceito de variável, pois não conseguiam localizar os parâmetros a , b e c . SCARLASSARI (2007) explica que:

“A álgebra é vista como um conjunto de equações a serem resolvidas através de métodos mecânicos, fórmulas e problemas de cálculo algébrico e aritmético que normalmente vêm acompanhadas de regras decoradas, como “mudou de membro muda de sinal” essa fala que reduz as principais ideias da álgebra árabe, é um enxugamento da construção histórica”. (página 30)

Ao mesmo tempo que nos confirmam que foram “treinados” a resolver equações por meio de regras e macetes, esses estudantes também nos mostram que foram habituados, durante toda a escolaridade, a estudarem e apresentarem os resultados das equações do segundo grau, sem necessariamente fazer relação com outra área do conhecimento, e sem responder à pergunta: “para que serve equação do segundo grau?”.

Neste episódio, o processo foi inverso: os estudantes mostraram curiosidade sobre a origem de um determinado número, e nós mostramos a sua origem com uma equação. Aqui, a resposta é a equação, e não o número; ou seja, não bastava apenas ter a fórmula, e, em seguida, trocar as letras pelos números.

Saímos de um caso particular, o número áureo, para uma generalização, a fórmula de Báskara. Não nos assustou o estranhamento de Regina ao ter de resolver uma equação para entender o número, mas nos preocupou o fato de um estudante que concluiu o Ensino Médio há pouco tempo dizer que “nunca viu” uma equação do segundo grau. Arriscamos dizer que Regina provavelmente “aprendeu” esse tópico devido à sua importância e constante presença nos livros didáticos, porém, não consegue se lembrar de nada por não ter conseguido entender nem o conceito, nem o processo e muito menos a utilização de uma equação do segundo grau.

Situação-problema 3: “como medir a altura da casa usando uma trena e sem usar escada?”

Objetivo: medir a altura do prédio, em uma aula cujo tema girava em torno dos filósofos pré-socráticos e de suas concepções e percepções acerca da ciência.

Descrição da aula:

Essa aula teve a participação do professor Neto, formado em Biologia, formado pela USP-Ribeirão Preto. Sua participação não foi apenas na execução, mas também na elaboração da atividade.

O objetivo dessa aula, que faz parte do “Módulo Água”, era apresentar aos alunos um pouco da concepção grega a respeito dos elementos da natureza. Tales de Mileto, por exemplo, considerava a água como substância única de todas as coisas. Para ele, tudo se originava da água. Como a filosofia grega está intimamente atrelada ao desenvolvimento da Matemática, decidimos estudar, durante a aula, o pensamento de alguns filósofos (e matemáticos) gregos e também o seu modo de pensar, que permanece presente até hoje na Ciência, na Matemática e na Educação. Segundo EVES (página 25), cabem a Tales os créditos pelas primeiras deduções sistemáticas em geometria. No que diz respeito à Matemática, BOYER (2010, página 33) compara a importância de Tales em relação a essa área de conhecimento com a importância de Homero para a Literatura.

De acordo com ROSEIRA (páginas 41-42) “a Matemática tem um papel fundamental no desenvolvimento das sociedades modernas, uma vez que está presente no cotidiano de tudo e de todos”. O autor ressalta a importância da contribuição de diversas culturas para o desenvolvimento da Matemática e defende que “a compreensão das raízes culturais e da universalidade da linguagem e dos valores da Matemática, bem como seu papel na sociedade, deve chegar a todos os cidadãos.”

Esse pensamento vai ao encontro aos objetivos políticos e pedagógicos do cursinho. Assim, durante essa aula, cujo tema era “água”, estudamos tanto a concepção de Tales sobre este tema, quanto o seu teorema mais importante no contexto escolar: o do feixe de retas paralelas, que, cortadas por duas

transversais, determinam, sobre o feixe segmentos proporcionais, considerando-se uma metodologia dialógica que apresentaremos.

Ao propormos a situação-problema, descobrir a altura da casa sem usar escada, dispondo de uma régua e de uma trena, os estudantes começaram a propor ideias.

Rogério prontamente respondeu que era possível, usando a relação entre sombras. Ao ser questionado sobre os detalhes dessa relação, ele não soube explicar, mas disse: “sei que é assim, porque tem aquela história da pirâmide, eu sei que tem, já vi”.

Vale ressaltar que o estudante “tinha visto” a “história da pirâmide” em outro contexto de sua vida escolar, e não enquanto estudávamos a vida do matemático grego. Percebemos que foi até a biblioteca, situada na própria sala, e pegou um livro para lembrar as relações entre a situação proposta e a da pirâmide.

Ao mesmo tempo, Luís, também estudante do cursinho e eletricitista, “estimou” que a altura da casa era aproximadamente, 3m. Neste momento o professor interferiu, solicitando que se encontrasse o valor “exato” da altura da casa. Os demais estudantes, que observavam atentamente, decidiram testar a hipótese de Rogério para responder “exatamente” qual era a altura da casa. Ou seja, para dar a resposta exata para o professor, o mais correto, naquele momento, seria considerar a hipótese de Rogério.

Os estudantes pegaram a trena e foram para fora do prédio, para testar a ideia de Rogério. Como era um curso, não era possível medir a sombra. Na ausência do sol, a luz externa do poste fazia a sombra da casa bater no muro, e não no chão. Assim, adaptamos a situação: fixamos uma régua de 30 cm no chão (na posição vertical) e usamos um estudante cuja altura era “desconhecida”. Ambas as sombras foram medidas. Voltamos para a sala para descobrir a altura do Marcelo com os dados (altura da régua: 30 cm, sombra da régua: 23 cm, sombra do Marcelo: 142 cm).

Episódio III: busca de “regularidades” e “padrões”

Muitos não sabiam o que fazer com as informações. Felipe e Sara levantaram a hipótese: “a altura de Marcelo, pela lógica das contas, deve ser

149 cm, mas ele é bem mais alto que isso!” Indagamos sobre que “lógica” era aquela que eles haviam apontado. Sara disse: “ué, a sombra da régua é 7 cm menor que a régua, o mesmo deve acontecer com ele, não é?” Felipe, que estava sentado ao seu lado, reforçou a pergunta: “tá errado?”. Percebemos que Felipe comungava do mesmo pensamento de Sara.

Outras opiniões foram dadas. Henrique disse: “não tem sentido assim, deve ser por porcentagem”. Em seguida, pôs-se a verificar, com contas, se sua hipótese se confirmava.

Todos seguiram a sugestão do amigo, concordando que a ideia inicial de Felipe e Sara sobre “subtrair a mesma quantidade” não seria o melhor caminho. A maioria tentou calcular a porcentagem usando regra de três e não conseguiu, pois era “muita coisa: tem o 100%, as 3 medidas (coletadas lá fora), e ainda o x... tá sobrando um monte de coisa, mas tem que usar tudo” disse Patrícia, que atualmente trabalha numa empresa de telefonia, como atendente.

Percebemos que Patrícia consegue entender que todos os dados são importantes, porém não consegue manipulá-los, usando o algoritmo da regra de três.

Apenas o próprio Henrique enxergou que deveriam ser feitas duas relações: a primeira, para saber qual porcentagem da régua representava a sombra; a segunda, para aplicar esse valor para calcular a altura procurada. Segue, abaixo, uma reprodução fiel dos cálculos de Henrique:

1º passo: regra de três para calcular qual porcentagem a sombra de 7 cm representava, em relação ao tamanho total da régua de 30 cm.

$$30 - 100$$

$$23 - x$$

$$30x = 2300$$

$$x = 2300/30 = 76\% \text{ (após fazer a divisão manualmente)}$$

Henrique resolveu usar o resultado sem as casas decimais (que ele nem chegou a calcular). Não sabemos se ele tomou essa decisão para facilitar e acelerar o cálculo, ou se porque não sabia continuar a conta. Tendo descoberto

a porcentagem da sombra em relação ao objeto, fez outra regra de três, dessa vez usando a porcentagem e a altura do Marcelo.

2º passo: regra de três para calcular a altura que Marcelo deve ter, sabendo que sua sombra representa 76% do seu tamanho.

$$\begin{aligned}x &= 100 \\1,42 &= 76 \\76x &= 142 \\x &= 142/76 = 1,86\text{m}\end{aligned}$$

Novamente, o estudante fez essas contas manualmente para obter 1,86m. Aqui, fica claro que a intenção de Henrique era fazer logo os cálculos, pois conseguiu fazer a divisão com resto. Além disso, sabia que precisaria apenas de duas casas decimais (mesmo tendo como continuar a divisão).

Marcelo confirmou que sua altura era 1,83m e discussões sobre as possíveis causas do erro de 3 cm foram levantadas.

Análise do episódio III:

Tomar iniciativas, formular e testar hipóteses são habilidades que estão sempre presentes nas dinâmicas de sala de aula do cursinho. Para CARAÇA (página 4), “sempre que aos homens se põe um problema do qual depende a sua vida, individual ou social, eles acabam por resolvê-lo, melhor ou pior”. Não estamos aqui tratando de um “problema do qual depende a sua vida” ao pé da letra, mas entendemos que, quando o envolvimento na situação-problema é estreito, os sujeitos acabam assumindo papéis de liderança e criam um comprometimento suficiente para fazer daquele problema proposto um problema real, do qual dependem suas vidas.

Mesmo sem saber ao certo o que fazer com as informações coletadas do lado de fora da casa, os demais alunos começaram a se envolver mais diretamente na situação-problema.

Sobre essa questão que Sara chama de “lógica das contas”, CARAÇA (1951, p: 120) explica que “uma das tarefas mais importantes no trabalho de

investigação da Natureza é a procura de regularidades de fenômenos naturais”. MORETTI (1998, p: 36) reforça esse pensamento no âmbito da Matemática, quando diz que “embora não disponha de fenômenos, a Matemática fornece “situações-problema” nas quais o aluno pode ser inserido como resolvidor”.

Ao que tudo indica, Sara e Felipe, durante o desenvolvimento desta situação-problema, conjecturaram que a “regularidade” que envolvia o fenômeno da relação entre o tamanho da sombra com o objeto, nesse caso específico, era “a sombra é 7 cm menor que o tamanho real”.

Os PCN chamam atenção para o ensino da proporcionalidade como “fonte natural e potente de inter-relação, e, desse modo, prestam-se a uma abordagem dos conteúdos em que diversas relações podem ser estabelecidas” (BRASIL, página 38).

Já na proposta curricular do estado de São Paulo propõe-se que este conceito seja ensinado no 7º ano do Ensino Fundamental I.

No diálogo ocorrido em sala de aula, percebemos, claramente, que nem todos tinham a noção e o conceito de razão e proporção, embora já tenham passado pela escola regular. Porém, os próprios estudantes que formularam a conjectura desconfiaram da sua validade ao verificarem a realidade: perceberam que Marcelo era mais alto que o resultado da conta que haviam feito.

Os Parâmetros Curriculares Nacionais explicam que

“o fato de que vários aspectos do cotidiano funcionam de acordo com leis de proporcionalidade evidencia que o raciocínio proporcional é útil na interpretação de fenômenos do mundo real. Ele está ligado à inferência e à predição e envolve métodos de pensamento qualitativos e quantitativos (Essa resposta faz sentido? Ela deveria ser maior ou menor?). Para raciocinar com proporções é preciso abordar os problemas de vários pontos de vista e também identificar situações em que o que está em jogo é a não-proporcionalidade” (BRASIL, página 38).

Entendemos que o contexto da situação de sala de aula favorece os estudantes a fazerem as perguntas apontadas pelos PCN. Acreditamos que,

num contexto formal, numa aula convencional, que envolvendo lousa e giz, com um problema semelhante enunciado no livro, os estudantes Felipe e Sara teriam elaborado sua conjectura sem pensar na proporcionalidade entre as medidas das sombras e do objeto, mas não teriam repensado se a mesma era ou não válida.

Também nos chama a atenção de que Sara, que aparece no primeiro episódio aqui descrito, apesar de conhecer e saber trabalhar com a regra de três, não tem a noção do que esse algoritmo representa e nem de quando deve ser usado. Arriscamos dizer que Sara utilizou esse recurso no primeiro episódio, porque havia porcentagem envolvida, o que não acontecia aqui. Possivelmente, Sara decorou, ao longo de sua escolaridade, que, para resolver contas que envolvam porcentagem, a regra de três é o processo ideal.

Outro aspecto interessante neste último episódio é a questão de como lidar com a resposta errada de um aluno. Muitos estudantes se acanham e preferem não se arriscar quando não têm certeza. Neste espaço, raramente temos essa situação. O envolvimento e o comprometimento dos alunos enquanto vivenciam a atividade são suficientes para garantir que, pelo menos, um se arrisque a dar um palpite e que depois alguém venha concordar ou discordar.

Quando Sara e Felipe dizem que a “regularidade”, naquele caso, era “diminuir 7 cm”, eles estavam praticamente certos de que essa não seria uma resposta válida, mas, mesmo assim, quiseram expor sua conjectura. A respeito do erro em sala de aula, SCARLASSARI (2007) conclui

“Portanto, não se trata de memorizar a forma correta, mas de significar através de atividades que possibilitem a ele a construção do pensamento matemático e o entendimento da operacionalidade presente nos elementos da matemática. Em decorrência disso, o aluno que tem dificuldade apresenta uma resposta errada. O erro é um momento do processo de dificuldade que o aluno apresenta, ou seja, é uma qualidade que atribui a uma resposta fechada e definitiva. O erro é a resposta incorreta que o aluno apresenta para o problema; a dificuldade, por outro lado, é uma análise do pensamento que está em andamento, é

um processo que apresenta a possibilidade de uma resposta menos errada, mais próxima do certo ou mais distante do certo.”
(Scarlassari, 2007: página 43)

Episódio IV: levantando hipóteses sobre o erro na atividade

Depois de entrar em acordo sobre o método para calcular a altura, os estudantes começaram a especular o motivo do erro, já que o valor obtido foi 1,86m e o real era 1,83m. O primeiro a falar foi Luís. Ele disse que a medida não foi feita a partir de um mesmo ponto (em outras palavras: os objetos não estavam paralelos). Helena falou depois. Disse que, no escuro, poderiam ter feito alguma confusão mesmo. Outra hipótese foi a de Rogério, que lembrou seus colegas sobre a irregularidade do terreno e, por último, o próprio Marcelo falou sobre o vidro que cobre a lâmpada do poste. Segundo ele, o vidro poderia causar algum desvio e “desfocar” a luz quando os objetos são grandes.

Análise do episódio IV

Vale observar que ninguém duvidou de que a relação era válida; todos apontaram as falhas no experimento. Nenhum estudante questionou a forma matemática que Henrique adotou para calcular a altura de Marcelo.

Observamos, nesse pequeno diálogo, um bom exemplo para justificar o fato de o grupo de professores que atuam no cursinho darem ênfase à Educação para a autonomia do aluno. ROSEIRA (2010, p: 130) reconhece a “importância da mediação docente para a construção da autonomia dos alunos”, e que a mesma não ocorre “no sentido de impor verdades matemáticas prontas e inquestionáveis, sendo, portanto, deslocados de uma atuação como os únicos sujeitos capazes de apresentar explicações e argumentos”.

Episódio V: a existência de uma “fórmula”

O pensamento de ROSEIRA (2010) em relação à importância da mediação na construção da autonomia dos alunos leva-nos a questionar a solução de Henrique. Sugerimos que pesquisassem “uma forma” de resolver a questão, sem usar a porcentagem.

Rogério, que foi o aluno que deu a ideia inicial sobre comparar sombras para descobrir a altura da casa, já estava pesquisando nos livros disponíveis e prontificou-se instantaneamente a ir explicar na lousa, onde escreveu a relação:

$$\frac{\text{tamanho da régua}}{\text{sombra da régua}} = \frac{\text{tamanho do Marcelo}}{\text{sombra do Marcelo}}$$

E completou: “aí eu coloquei o que nós usamos, né, que, no caso, foi o objeto régua e o Marcelo, mas pode ser pra quaisquer duas coisas”. Os alunos tomaram nota da “fórmula”. Tatiana perguntou se poderia usar sempre essa relação, e Rogério repetiu: “é, é pra qualquer coisa”. Tatiana, espantada e desconfiada, olhou para outros colegas, buscando uma confirmação.

Enquanto isso, verificando o livro didático empunhado por Rogério no momento em que escrevia sua fórmula, observamos que o mesmo apresentava uma relação bem parecida com a vivenciada por eles: medir uma altura desconhecida, por meio da relação entre sombras de dois objetos. Porém, a fórmula trazida pelo livro, obviamente, não era apresentada como Rogério expôs aos colegas, mas, sim, da seguinte forma:

$\frac{h}{s} = \frac{H}{S}$, onde H e h se referem às alturas dos objetos e S e s às sombras dos mesmos.

Análise do episódio V:

Naquele momento, percebemos que Rogério tem pensamento algébrico, pois conseguiu transpor uma fórmula geral, apresentada no livro com letras, ou

seja, a partir da álgebra simbólica, para a situação-problema particular em que ele e seus amigos estavam envolvidos, buscando dar sentido e contextualizar o caso geral.

Enquanto Rogério estava seguro sobre a relação particular-geral, Tatiana estava desconfiada dessa relação.

A desconfiança de Tatiana sobre a abrangência da fórmula apresentada pelo amigo remete-nos ao trabalho de SOUSA (página 144), quando menciona que poucas crianças conseguem fazer generalizações. Claramente, percebe-se que Tatiana, além de não conseguir fazer associações comparativas que levam a generalizações, não “acredita” nelas.

Vale a ressalva de que não estamos lidando com uma criança, mas com um adulto que concluiu o Ensino Médio há 5 anos. Esse fato confirma a previsão de SOUSA (página 144): “se a escola não orienta a formação do pensamento teórico, ao insistir numa didática empírica de matemática, continuaremos a assistir ao fenômeno da seletividade: uma minoria reduzida entendendo matemática”.

Episódio VI: Razão e Proporção

Em seguida, voltamos à discussão sobre a “posição” em que os objetos devem estar no momento da medição, e saímos novamente do prédio. Dessa vez, Neto interveio e propôs que se fizessem medições a partir de um mesmo lugar, usando a própria trena, iniciando com uma altura de 10 cm, e, depois, aumentar para 20 cm e 30 cm. Medimos todas as sombras, mas, por sugestão deles, usamos apenas a primeira para tentar obter as outras, pela fórmula que o Rogério havia passado na lousa.

Voltamos para a sala de aula e os estudantes fizeram seus cálculos. Dessa vez, os valores obtidos eram bem próximos dos medidos (eles reforçaram que o erro provavelmente vinha da luz do poste, que devia sofrer algum desvio por causa do vidro que o protegia. Eles tirariam essa dúvida na terça, com o professor de Física).

Propusemos a construção de uma tabela que mostrasse a relação entre esses valores (os números em negrito foram colocados pelo Neto; os demais, os estudantes foram calculando e preenchendo):

tamanho (cm)	sombra (cm)
10	6,7
20	13,4
30	20,1
183	122,61

Pedimos que eles completassem a segunda, obtendo os valores da sombra do objeto, quando os mesmos medissem 20 cm e 30 cm. Muitos fizeram pela fórmula que Rogério havia escrito na lousa. Alguns, já sabiam que bastava dobrar e depois triplicar o 6,7 (Renato e Rogério) e Henrique notou, depois de fazer a conta para os 20 cm, que, para 30 cm o valor da sombra triplicaria. Gabriela, do seu lado, ficou com dúvida: “será?”. Fez a conta utilizando a fórmula e, depois, disse: “num é que é!”.

Enquanto nós fazíamos as anotações e ajudávamos os estudantes com cálculos, Rita, por exemplo, teve dificuldade para fazer conta de divisão com decimais e ficou tirando dúvidas. Neto colocou na lousa um gráfico da sombra em relação ao tamanho do objeto com os 3 pontos encontrados (os valores em negrito na tabela) e traçou uma reta. Ele veio ao nosso encontro e disse: “dá pra trabalhar isso, não dá?”. Nós dissemos que sim, e ele deu continuidade. Como a iniciativa do gráfico partira dele, decidimos observar como um professor de outra área trabalharia essa questão.

Neto perguntou aos meninos se aquele gráfico condizia com a tabela; alguns se calaram e outros disseram que sim. Ele continuou e perguntou: “será que esse gráfico vai ser sempre assim, reto?”. Henrique disse: vai, porque, se está dobrando lá, dobra aqui (se referindo aos eixos); se multiplicar por cinco lá, aqui também vai por cinco, então continua, sim. Aí Neto falou: “e se colocarmos a altura do Marcelo, 1,83m, na tabela, qual seria sua sombra? Vai dar reta também?”.

Nesse momento, percebemos que houve uma dúvida pela questão do número decimal. O próprio Henrique, que estava seguro de sua resposta inicial, hesitou para responder. Mas, depois de um tempo, ele disse: “vai, sim, mas aí num vai dar pra fazer tão automático, porque é número quebrado, mas vai dar certo também. Vai ser reto isso aí, sim”.

O horário combinado do intervalo estava se aproximando, e queríamos explorar mais aquele momento. Sem dar a resposta sobre a questão da reta, propusemos: “agora vocês vão ter que tentar achar uma relação entre o tamanho do objeto e a sombra com essas informações do gráfico e da tabela” (detalhe: não mencionamos a palavra função a princípio). A maioria não entendeu a pergunta, então reformulamos: “vamos, tentem achar uma expressão que diga como o tamanho e a sombra do objeto se relacionam aqui nessa situação; por exemplo, no começo da aula, a Sara disse que a sombra era 7 cm menor que o objeto. Alguém poderia falar que a sombra é a metade do objeto mais 50 cm? Enfim, quero saber se há uma relação matemática desse tipo que traduz essa situação”.

Com esses exemplos, a proposta ficou clara, mas o caminho e a forma de fazer, não. Essa postura engajada dos estudantes é frequente durante as

aulas no cursinho, o que, em nossa opinião, como colaboradoras, é o grande diferencial do espaço. Para SOUSA (2004):

“Quando o ensino é tomado como atividade e não como tarefa ou exercício, deve ser capaz de satisfazer as necessidades dos estudantes na busca do conhecimento. A necessidade dos estudantes deve estar em sintonia com as necessidades da comunidade de aprendizagem” (Sousa, 2004: página 33).

Eles compreenderam que era algo complexo, e fizeram alguns questionamentos, na tentativa de chegarem a um caminho, e não à resposta, diretamente:

Renato: “Eu tenho que criar ou existe uma só?”

Helena: “Estamos tentando estabelecer uma relação entre sombra e tamanho, é isso? É tipo achar uma fórmula?”

Henrique: “Isso é negócio de função, num é?”

Gabriela: “Aqueles que têm f ? Tem que achar aquele “efe-xis”? Mas onde é que tem f ? Quem seria o x ? A sombra ou o tamanho?”

Helena: “Ah, se é função, é relação entre, no mínimo, duas grandezas diferentes, me lembro bem disso”.

Diante dos questionamentos, tentamos orientá-los: “Isso, estamos procurando uma relação, neste caso, entre duas grandezas de naturezas diferentes, mas ambas estão em centímetros (olhamos para Helena, que acenou com a cabeça, demonstrando que compreendera o conceito de “grandezas diferentes”). Continuamos a explicação: “os que preferirem e se sentirem familiarizados, podem usar o termo função e as notações próprias. Mas não é necessário. Cada um pode encontrar uma forma de chegar a uma expressão”.

Eles se reuniram em grupo, para continuar discutindo. Sentamo-nos ao lado do Neto, o professor de Biologia, que estava esboçando um rascunho. Ele perguntou se estava certo: “é só pegar o tamanho e multiplicar por 0,67, né?” Fizemos as contas e confirmamos sua resposta.

Tatiana foi a primeira a tentar achar regularidades, olhando na tabela: “Olha aqui, a diferença entre as primeiras sombras é 3,3, depois é 6,6, que é o dobro! É proporcional, pronto, achei!”

Dissemos: “Isso, perfeito, agora como você pode traduzir isso em linguagem matemática?”

E ela, brincando, disse: “Você é má! Eu já achei que tem proporção, mas num sei... (pausa)... a sombra é igual ao tamanho menos x ”.

Nós: “Mas o que é o x ?”

Tatiana: “Cada hora é uma coisa, é essa proporção que eu falei, a diferença entre as sombras vai variando”.

Percebemos, aqui, que ela estava no caminho certo, sabia da proporcionalidade, mas não conseguia perceber que não era uma operação de subtração que iria traduzir essa relação, embora tenha usado a palavra “variando”.

Para que eles se certificassem sobre a fórmula que procuravam, ressaltamos: “Não se esqueçam, tem que dar certo pra todos os valores, inclusive pra altura do Marcelo” (que era o único valor da tabela que não era múltiplo de 10).

Depois de um tempo, ela voltou com as seguintes anotações:

“ $s = t + 3,3$ depois $s = t + 6,6$ depois $s = t + 9,9$, mas não é isso né? Porque senão ia ter um monte de fórmula, e tem que ser uma só, e eu nem sei como seria pra altura do Marcelo... de qualquer jeito, não sei pôr isso no papel”.

Patrícia veio animada: “eu acho que eu consegui”. Olhamos seu caderno e vi a seguinte anotação: “ $s = 6,7$ $a = x$ ”

Nós: “O que é o a ? O que é o x ?”

Patrícia: “Calma. Deixa eu lembrar e tentar explicar. (pausa) Foi assim: eu fui vendo nas contas, olha aqui, é meio que um padrão”. E me mostrou seus cálculos:

$$\frac{10}{20} = \frac{6,7}{x} \rightarrow 10x = 134 \rightarrow x = 13,4$$

$$\frac{10}{30} = \frac{6,7}{x} \rightarrow 10x = 201,0 \rightarrow x = 20,1$$

$$\frac{10}{183} = \frac{6,7}{x} \rightarrow 10x = 1226,1 \rightarrow x = 122,61$$

Ela: “Tá vendo? Esse (cálculo) num muda. Sempre tem o 6,7, o 10 e o x. Fica sempre $10x$ com o resultado do 6,7 pelo número que a gente quer saber. Aí eu pensei assim. Num tá certo fazer assim?”

Nós: “Está, o seu pensamento está correto, sim, mas olhe sua expressão, o que ela diz?”

Ela começou: “Que a sombra é 6,7 vezes a altura, por isso eu coloquei o “a”, que é igual a xis... mas num sei esse xis o que é. É esse xis daqui (apontando para o cálculo da regra de três) num é? Num tem que ter xis? E agora?”.

Nós: “Pense mais um pouco”.

No mesmo momento, Renato, que acompanhava a discussão, disse: “eu sei que a razão ali é 6,7, dá pra saber olhando, mas num dá pro 30”. Nós dissemos: “Não?”

Ele fez a conta, verificou que bastava deslocar a vírgula, e prontamente concluiu: “Ah, é 0,67, achei! $s = 0,67t$. Num é?”

Confirmamos com a cabeça, e ele foi explicar para o seu grupo. Sara, ao ver a explicação do amigo, disse: “Nossa, mas dá certo mesmo, e é melhor que regra de 3!”.

Nesse tempo, Patrícia havia se sentado com o Neto para tentar organizar sua expressão, apesar de estar claro o “padrão” das contas. Após me aproximar ela mostrou:

$$“s = 10 \div (6,7.t)”$$

Nós: “Ok, agora me explica”.

Patrícia: “Aqui, tem que fazer o tamanho multiplicando por 6,7, tá vendo aqui nas contas?” (novamente apontou para seus cálculos) “Por isso eu coloquei parênteses, num tem que pôr?”

Nós: “Tudo bem, continue”.

Patrícia: “Aí tem o 10 do $10x$ que passa pra lá, dividindo. Então fica assim”.

Nós: “O 10 está dividindo? O quê?”

Patrícia: “Está, olha aqui”. (ela apontou o sinal da divisão e deu uma pausa)
“Ah, é fração que tem que pôr?”

Nós: “Tanto faz”. E reforçamos a pergunta: “o 10 está dividindo?”

Patrícia: “Se for em fração... deixa eu ver... passa pra baixo, né? Ah, taáááá... o 10 é embaixo... confundi”.

Helena, que havia desistido, acompanhou todas as tentativas dos amigos e se fixou na de Patrícia. Ela comparou com seus cálculos e disse: “Ah, mas eu posso muito bem usar a regra de três com os valores do 30 e não com os valores do 10, num posso?” Acenamos que sim com a cabeça e deixamos que ela falasse: “Então, aí num aparece nada disso aí de 10, fica outra fórmula, é uma relação diferente!” Pedimos para que ela fizesse, então, essa “outra” relação.

Em alguns minutos ela chegou: “Aqui ó: $s = \frac{20,1t}{30}$ e está certo, testei até com a altura do Marcelo, deu certinho. Deu uma relação diferente, então não é uma só”.

Naquele momento, poucos estudantes estavam na sala, a maioria fez uma pausa para o lanche. Renato, um dos que já havia resolvido, olhou intrigado pra mim e disse: “mas pode?” Nós dissemos: “Primeiro, é diferente?” Eles olharam para as expressões e concordaram que sim.

Nós: “Olha pra essa fração: 20,1 por 30... será que num dá pra simplificar?”

Helena: “Ah, tá brincando? Se simplificar fica igual? Por quanto simplifica?”

Renato: “Já sei, por 3, né? Porque aí o 10 fica embaixo e dá pra dividir, deslocando a vírgula”.

Helena: “Nossa, que loucura! Dá certo mesmo, então é uma fórmula única!”

Quando todos voltaram do intervalo, Patrícia e Renato explicaram as suas formas de pensar na lousa para os colegas. Os demais anotaram e compreenderam o que os amigos haviam pensado.

Encerramos a aula, explicando que aquela expressão relacionava a sombra com o tamanho do objeto medido e que, com ela, poderíamos encontrar qualquer valor, sem precisar medir efetivamente.

Gostaríamos de ter entrado em questões, como quantos valores eram necessários, inicialmente, para poder conseguir chegar à fórmula, e, se

quiséssemos o contrário: expressar t em função de s (conceito de função inversa), mas achamos que seria muita informação de uma vez só para eles. De qualquer forma, já estávamos no limite do horário.

No final, propusemos, como tarefa, a seguinte questão: “o que é uma função? Dê um exemplo”. Reforçamos que essa pergunta poderia ser respondida a partir das percepções deles sobre a aula ou, então, procurar a definição e o conceito em livros e na internet, por exemplo.

Análise do episódio VI

Há muitas situações interessantes neste episódio. Consideramos um episódio repleto de riquezas, de momentos muito férteis para a reflexão do professor-pesquisador.

Primeiro, temos Gabriela duvidando da generalização do padrão encontrado por seus colegas. Um pouco antes, Tatiana também demonstrara um comportamento semelhante, quando duvidou da fórmula que Rogério colocou na lousa.

Depois, Henrique hesitou em expandir o comportamento do gráfico para os números decimais (ou racionais não inteiros). Fato interessante é que Henrique aceita que o gráfico seja contínuo entre os primeiros pontos, que são valores inteiros, mas não consegue expandir esse pensamento, quando um dos pontos é um número racional não inteiro.

Por fim, percebemos a dificuldade de Patrícia com relação à utilização das letras para designar as quantidades desconhecidas. Nos cálculos, a estudante usou a letra “ x ” para obter o valor da altura por meio do algoritmo da regra de três, e, na fórmula, ela adotou a letra “ a ” para designar a altura. Entendemos que a jovem força o uso da letra “ x ” em sua fórmula, para tentar validar matematicamente o seu pensamento. É comum os estudantes associarem a incógnita exclusivamente à letra “ x ”, pois tentam reproduzir o que professores e livros didáticos fazem, na maioria dos exercícios e exemplos encontrados no ensino das escolas formais.

Nessa atividade, Patrícia usou as letras “ s ” e “ a ”. No nosso entendimento, ela assim fez na tentativa de abreviar as grandezas envolvidas, ou seja, sombra e altura. Dessa forma, faria sentido apenas escrever “ $s = 6,7$

a”, apesar de não ser a resposta totalmente correta, mas a moça escreveu “s = 6,7 a = x”. SCARLASSARI (2007; página 42) diz que “o que acontece, na maioria das salas de aula, é a utilização da linguagem simbólica e formal sem passar pelas outras linguagens, dando um salto no processo de aprendizagem”.

Situação-problema 4: pesquisa e resenha sobre o entendimento de “função”

Objetivo: analisar e discutir o material produzido pelos estudantes sobre o entendimento de cada um a respeito do conceito de função.

Descrição da aula:

A atividade ocorreu em dois momentos. O primeiro aconteceu em um sábado, dia 22 de maio, antes do início da reunião, quando Tatiana veio tirar dúvidas.

Episódio VII: exercícios mecânicos ajudam a elaborar o conceito?

Ela estava fazendo exercícios sobre função. Em seu caderno, havia muitos cálculos (feitos) do tipo: “dado $f(x)$ = (uma expressão de primeiro ou segundo grau), calcule $f(3)$, $f(1/2)$, etc.”. A dificuldade dela, na verdade, era calcular f de números decimais. Ajudamos a estudante com os cálculos que envolviam frações e corrigimos alguns erros de sinais. Percebemos que era um exercício totalmente mecânico para ela, pois perguntamos: “e a definição de função, depois de tanto exercício, você conseguiu fazer?” Ela respondeu: “não, isso ainda está meio obscuro. Mas vou estudar mais esse fim de semana, segunda eu te trago. Pelo menos agora já sei como faz as contas com fração, né?”

Análise do episódio VII:

Para Tatiana, fazer exercícios como aquele a ajudaria a entender melhor o conceito de função. Ao deparar com um cálculo complicado - $f(1/2)$ - ela acabou ficando mais confusa, pois além de não conseguir entender o que é uma função, Tatiana reproduzia o que havia vivenciado na escola:

“Em geral, os professores trabalham apenas com a ideia de incógnita e também de parâmetro, o que dificulta a compreensão do conceito de função quando estudado na 1ª série do Ensino

Médio, pois a variável é fundamental no estudo deste conteúdo” (SCARLASSARI, 2007, página 18).

Tatiana não conseguia, naqueles exercícios de caráter mecânico, entender o conceito de função e relacioná-lo com a atividade da medida da sombra. Na atividade, trabalhamos o conceito de dependência, variação, e esse exercício exigia um cálculo (para ela, complicado) e aplicações de regras aritméticas.

Segundo BELTRAME (2009):

“O ensino da Álgebra em geral, presente nas escolas, ainda enfatiza procedimentos e cálculos, contribuindo para um aprendizado mecânico. (...) Esse aprendizado mecânico caracteriza uma dificuldade de aprendizado de Álgebra” (página 23).

Essa constatação corrobora com nossas percepções nesse episódio. Tatiana buscou, no índice de um livro de Ensino Médio, exercícios sobre função e encontrou exercícios puramente mecânicos, que se resumiam a “trocar x pelo número entre parênteses”, como muitas vezes é ensinado e entendido pelos estudantes em geral.

Episódio VIII: o que é função, afinal?

Na quarta-feira, dia 26 de maio, fomos ao cursinho para levar os talões da “Festa da Pizza” que estávamos organizando. A aula era do professor Tadeu, que sai um pouco mais cedo, pois dá aula em outra escola. Chegamos às 21h, horário da saída do professor. Após a distribuição dos talões, os estudantes vieram tirar dúvida a respeito da tarefa que havíamos deixado: “Explique o que é função e dê exemplos.”

Patrícia foi a primeira. Ela disse que um grupo de estudantes havia combinado de estudar no domingo. O grupo assistiu a uma aula do “Telecurso 2000”. Desconhecíamos essa aula; então, ela nos explicou como o material trabalhava o conceito de função: “Bom, então, ela dá o exemplo do táxi... nossa, eu nunca tinha pensado nisso! Pela primeira vez eu vi o que é mesmo função aplicado assim, num exercício mesmo, sobre o dia-a-dia”.

Nesse momento, Helena, que fez parte do grupo de estudos do domingo, chegou e disse: “Isso esclareceu demais, estava perdida ainda, deu uma luz”. Perguntamos para Helena e Patrícia: “Depois desse vídeo, vocês conseguem explicar ou enxergar outra situação que envolva função?”

Patrícia: “Ai, eu pensei assim, vê se está certo: se eu for fazer uma caminhada pelo quarteirão...”

Nós: “Ok, o que há de função nisso? A caminhada por si é uma função?”

Patrícia: “Não só a caminhada, tipo assim, os minutos que eu vou gastar se eu andar 1, 2, 3 ou 4 quarteirões. Tá certo?”

Nós: “Sim, mas por que está certo? Você consegue explicar?”

Patrícia: “Porque está envolvendo os minutos junto com o que eu vou andar”.

Nós: “Então, você consegue dizer quais as variáveis envolvidas aí?”

Patrícia: “distância e tempo” (observação: pensamos que ela responderia “minutos” ao invés de “tempo”).

Helena : “Depois de domingo, eu fico querendo pensar em função. Hoje mesmo, na aula que o Tadeu estava dando, teve uma hora que ele falou uma coisa sobre pressão que eu vi função ali”.

Nós: “Em que hora? O que o Tadeu falou?” (estimulamos Helena a explicar com detalhes essa “visão” que ela disse ter tido.

Helena: “A aula foi sobre pressão; enquanto ele explicava, eu consegui enxergar função naquilo!”

Novamente, tentando que ela descrevesse, pedimos: “Explica isso com calma”.

Helena: “Porque assim, a pessoa vai no fundo do mar, certo, a profundidade vai aumentando e a pressão também. Porque se muda um, muda o outro. Não sei se estou sendo clara”.

Nós: “Está sendo clara, sim, tente relacionar com o que vocês pesquisaram”.

Helena: “É que nunca vai ter valor igual, tipo nesse exemplo que eu te entreguei, da telefonia, ou do táxi que a gente assistiu. Nunca vai ter o mesmo preço para corridas diferentes, nem pressão igual pra profundidades diferentes. Nesse que eu escrevi, da telefonia, não tem como um usar mais que o outro e pagar a mesma coisa de telefone.”

Nós: “Isso é relevante? Qual a importância disso pra função em si?”

Helena: “Muito! Pelo que eu estudei, nem sei se tá certo, mas é o essencial da função. Eu gostei muito, porque antes (do vídeo e da aula do Tadeu) eu estava com raiva, sem conseguir entender. Pergunta pra Patrícia!”

Patrícia: “É verdade. Eu também adorei. Adorei aprender, nunca imaginei que conseguiria entender essa coisa depois do tanto que estudei. Tem coisa que eu entendia tudo errado, por exemplo, quando falava constante, eu achava que era uma coisa que ia e nunca parava, mas num é isso, nossa, é o contrário, quando fala constante, significa que é fixo. Outra coisa que aprendi!”.

Análise do episódio VIII

Para FREIRE (1987; página 07) “pensar o mundo é julgá-lo”. Quando Patrícia e Helena percebem que situações do seu cotidiano têm relações de dependência e que muitas delas dependem, inclusive, de suas ações, as meninas estão “pensando o mundo”, sob a perspectiva de Paulo Freire. As estudantes passam a “julgá-lo”, a compreender não apenas uma relação entre grandezas, mas que existe uma fluência e uma interdependência (SOUSA, 2004) entre elas.

De acordo com SCARLASSARI (2007):

“Quando o aluno começa a ter contato com a ideia de função, normalmente já está na 1ª série do Ensino Médio e é só nesse momento que ele começa a perceber que as equações expressam os movimentos presentes em situações reais, as diferentes respostas para a mesma pergunta, as diferentes maneiras de representar o mesmo problema” (página 32).

4.2: Análise geral sobre as situações-problema construídas pelos professores do cursinho em paralelo com algumas atividades de ensino da proposta curricular do Estado de São Paulo.

Ao finalizarmos este capítulo, percebemos que os estudantes explicitam as suas ideias matemáticas, evitando ao máximo o uso de da linguagem algébrica (episódio I), preferindo o uso das operações aritméticas básicas. Quando deparam com atividades onde a incógnita ou a variável se faz necessária, os estudantes tendem a buscar regularidades que possam ser explicadas de forma simples (como no episódio III), evitando operações aritméticas (ou algébricas) mais complexas.

Para observar e elaborar uma relação de dependência, os estudantes buscam nos seus próprios cálculos um modelo ou uma sequência de cálculos que possa auxiliá-los na elaboração de uma expressão algébrica (como no episódio VI).

Ao mesmo tempo, constatamos que possuem algumas dificuldades. A principal delas é reconhecer e aplicar técnicas aprendidas ao longo da escolaridade, em contextos diferentes dos exercícios e problemas do livro ou propostos em uma aula tradicional, onde o estudante sabe que, para resolver o problema proposto, ele deve usar o que o professor acabara de explicar.

Dentro da metodologia proposta pelo cursinho, os estudantes devem buscar soluções nas diversas áreas do conhecimento, para tentarem obter uma resposta para o problema. Não é apresentado, a princípio, nenhuma informação ou explicação sobre o conteúdo necessário para resolver os problemas propostos, o que acaba trazendo um desafio maior ao grupo: organizar, lembrar (ou aprender) e aplicar conceitos vistos na escola, sob um olhar diferente.

O uso de letras para substituir grandezas envolvidas na situação-problema III também reflete uma dificuldade do grupo com relação à linguagem algébrica. Alguns preferiram utilizar a letra da inicial da grandeza a ser expressa. Outros buscavam insistentemente o uso do x , mesmo sem saber o que essa letra representava na expressão.

As quatro situações-problema construídas por nós, durante o desenvolvimento das aulas, mostraram-nos que é possível ensinar conteúdos presentes na grade curricular “oficial”, de acordo com os Parâmetros Curriculares Nacionais, porém de maneira dialógica, permitindo que o estudante consiga, com a ajuda do grupo, construir determinados conceitos, o que, por algum motivo, não fora feito na escola básica, ou ainda, refletir com os estudantes sobre algumas concepções consideradas equivocadas, as quais foram, de certa forma, aprendidas durante sua vida estudantil.

Como havíamos previsto no capítulo 2, vamos apresentar uma breve discussão entre as atividades analisadas, construídas por um grupo de professores de diversas áreas do conhecimento e algumas atividades da atual da Proposta Curricular do Estado de São Paulo acerca de um mesmo conteúdo.

Função de 1º grau é um dos conteúdos previstos para o 2º bimestre da 1ª série do Ensino Médio, de acordo com o caderno do professor de 2008. Para esse conteúdo, seguem algumas orientações para os professores:

“Os temas centrais que serão estudados neste bimestre são as funções polinomiais de 1º e 2º graus. Os conteúdos elementares que deverão ser abordados são: relação entre duas grandezas; proporcionalidades: direta, inversa, direta com o quadrado, função de 1º e 2º graus. Apresentaremos nesse texto algumas sugestões para uma abordagem significativa dessas funções”.

(página 9)

O texto segue, dizendo que o professor pode adaptar, reduzir, ampliar ou desenvolver um projeto para abordar aquele conteúdo. Essa fala nos dá a impressão de que o professor tem autonomia para interferir à vontade na abordagem presente na proposta. Porém, a nossa experiência docente em escolas públicas do Estado de São Paulo nos diz o contrário. Vivenciamos situações em que a coordenação ou a direção davam visto, periodicamente, nos cadernos dos alunos, para conferir se a proposta estava sendo seguida e ter a certeza de que os cadernos estavam sendo usados. Esse foi, repetidas vezes, o tema de muitas reuniões de HTPC (Hora de Trabalho Pedagógico

Coletivo) da escola. A diretriz era uma só: fazer as atividades do caderno. Se sobrasse tempo, poderíamos usar o livro ou trabalhar alguma atividade extra.

Esperamos que essa experiência tenha sido um episódio único, e não uma constante reproduzida em diversas escolas do Estado de São Paulo, pois acreditamos (e lutamos para) que a autonomia do professor, a confiança e sobretudo o respeito ao seu trabalho sejam considerados patrimônios e estejam acima de qualquer diretriz ou interesse não pedagógico.

Voltando ao Caderno do Professor, SÃO PAULO (2008), e às considerações feitas sobre o conteúdo do bimestre, diz o texto:

“Com Situações de Aprendizagens contextualizadas, espera-se favorecer as possibilidades para que os alunos atribuam significado ao estudo das funções de 1º e 2º graus. Buscamos com elas favorecer as relações entre as diferentes representações das funções. (...) A formação do conceito de função costuma ser um processo demorado. Utilizar situações significativas para o aluno, bem como usar linguagens informais para descrever a dependência entre duas variáveis e empregar diferentes representações pode ser uma boa estratégia.” (página 9)

A atividade 2, localizada na página 12 do Caderno do Professor, cujo título é “Compreendendo a representação gráfica de uma função polinomial do 1º grau”, traz instruções teóricas para o professor trabalhar e explicar aos seus alunos:

“Uma função polinomial do 1º grau pode ser representada algebricamente pela expressão $y = ax + b$, com $a, b \in \mathfrak{R}$ e $a \neq 0$. A representação gráfica de uma função desse tipo é uma reta com inclinação, em outras palavras, o gráfico de uma função desse tipo não é paralelo ao eixo das abscissas (eixo x) nem ao eixo das ordenadas (eixo y).

A explicação de que “todos os pontos do gráfico de $y = ax + b$ estão alinhados” pode ser dada de modo relativamente simples (...). Inicialmente vamos considerar algumas tabelas e pedir a representação gráfica delas, propondo ainda o cálculo do coeficiente angular $\frac{\Delta y}{\Delta x}$ (taxa de variação), para que os alunos descubram que tal razão em uma mesma reta será sempre uma constante”. (SÃO PAULO, 2008, página 12 e 13)

Após essa teoria, o texto traz as quatro tabelas com duas colunas: x e y. Nessas colunas encontramos quatro valores numéricos para x e um correspondente para y (acreditamos que, neste momento, o estudante já tenha trabalhado com tabelas desse tipo e consegue entender que essa linguagem traduz uma relação entre as grandezas x e y).

A atividade, conforme descrita no trecho acima, pede ao estudante que represente os pontos de cada tabela no plano cartesiano e indicar quais são as tabelas onde os quatro pontos estão alinhados. Em seguida, solicita que o aluno calcule a razão $\frac{\Delta y}{\Delta x}$ para cada situação.

Apesar da ênfase e da repetição de cálculos, não podemos julgar essa atividade como um exercício mecânico. O motivo que nos leva a manter uma postura “neutra” é o fato de acreditarmos que o professor tem autonomia, conhecimento matemático e, sobretudo, conhecimento sobre o contexto em que está lecionando para decidir a abordagem que fará, ao propor essa atividade aos seus alunos. É a leitura e a prática do professor que acabam classificando a atividade como mecânica ou investigativa.

Essa atividade pode muito bem ser adaptada para se tornar uma atividade de caráter investigativo, desde que o professor saiba conduzir sua turma, orientá-la a levantar hipóteses, testá-las e chegar a conclusões.

Infelizmente, conforme apontam os estudos de Beltrame (2009), os livros didáticos brasileiros ainda priorizam a aplicação de algoritmos, sem desenvolver a investigação e a reflexão nos estudantes. Essa prática acaba sendo adotada por professores despreparados, que não têm outra alternativa que não seja seguir a proposta e a sequência do livro adotado (página 27).

BELTRAME (2009) ainda reflete sobre a autonomia do professor acerca do uso do livro didático:

“Apesar de o livro didático estar presente nas salas de aula, e que muitos professores fiquem limitados, exclusivamente, ao seu uso, o seu papel deve ser dimensionado. Dessa forma, o professor pode usá-lo como um dos instrumentos para a preparação de suas aulas, devendo estar atento aos erros conceituais caso se apresentem e também, manter-se alerta para que sua autonomia pedagógica não seja comprometida” (página 31).

Assim, podemos continuar defendendo que é possível aos professores criarem suas próprias atividades, considerando-se o movimento da sala de aula, como produtos educacionais. Ao mesmo tempo, no movimento dialógico, o estudante pode ser considerado co-autor das situações pensadas pelos professores, a partir das demandas da sala de aula.

Há de se ressaltar a importância desse tipo de movimento na sala de aula, porque permite que os estudantes se coloquem à frente das situações desafiadoras, que instigam sua curiosidade, permite que cada um coloque em jogo seus conhecimentos e permite que esses saberes sejam transformados em conhecimento.

As situações-problema que criamos diferenciam-se das propostas do atual currículo (por exemplo, a atividade do Caderno do Professor que acabamos de mencionar) porque não reproduzem a lógica de ensinar primeiro a teoria e depois aplicá-la de alguma maneira (seja em uma relação de exercícios mecânicos, ou em uma situação-problema). E possuem os seguintes aspectos comuns: permitem que os estudantes façam generalizações (porém, de maneiras bem distintas), que busquem regularidades e formulem hipóteses que podem ou não serem validadas.

Talvez as atividades que elaboramos sejam mais apropriadas para estudantes da EJA porque convidam esses estudantes a uma reflexão e a uma busca constante de soluções que indiquem as ideias que têm sobre os conteúdos que fazem-lhes sentido em cada situação-problema. É como se, no âmbito da Educação não formal, os estudantes da EJA ficassem mais livres e

autônomos para, de alguma forma, explicitar a si mesmos, os conceitos que aprenderam, a partir das situações-problema apresentadas.

Podemos afirmar que não podemos propor, neste cursinho popular, aulas dissociadas da realidade dos estudantes. Não há como ter, como ponto de partida e chegada, apenas as fórmulas matemáticas, como, por exemplo, escrever na lousa que “uma função polinomial de 1º grau é do tipo $y = ax + b...$ ”. Para esse grupo, essa linguagem não fez sentido durante toda a escolaridade e continuaria não fazendo.

Capítulo 5: Considerações finais

Esta pesquisa teve como objetivo responder à seguinte questão: quais são as ideias algébricas explicitadas por estudantes de EJA quando vivenciam em um espaço não-formal, situações-problema?.

Para responder a essa questão consideramos aspectos teóricos da educação não formal, porque entendemos o cursinho como tal, e por isso, seria imprescindível expor tais aspectos para justificar as ações e a metodologia empregadas nas aulas observadas e relatadas.

Constatamos que as ideias explicitadas por estudantes que já passaram pela educação formal, quando estão no contexto da educação não formal são, num primeiro momento, tentativas de aplicação de conceitos e regras que não ficaram muito claros durante a sua passagem pela escola tradicional. Quando percebem que esses conceitos não são de seu inteiro domínio, o estudante tenta buscar estratégias em situações gerais, vivenciadas mesmo fora da vida escolar, para transpô-las para a situação-problema proposta.

Muitas vezes, essas vivências também não são suficientes para a resolução do problema; então, por meio da discussão com o grupo e da mediação dialógica, os estudantes conseguem (re)organizar os conceitos “equivocados”, ou não tão bem “adquiridos” durante a passagem pela escola formal e aliá-los às suas ideias e hipóteses levantadas inicialmente.

Vale a pena registrar que o cursinho encerrou suas atividades do ano de 2010 no mesmo espaço onde a pesquisa se desenvolveu, por questões burocráticas, uma vez que teve que se retirar do espaço.

No ano de 2011, o grupo enfrentou dificuldades para encontrar um novo espaço físico e por esse motivo o cursinho não realizou atividades letivas. Esse empecilho não foi um motivo para a desintegração do grupo de professores e ex-alunos, que continua se reunindo para estudos e planejamento em lugares alternados.

Apesar de todas as dificuldades, e graças ao empenho do grupo, quatro estudantes foram aprovados no processo seletivo para o ingresso na universidade pública: Patrícia (Pedagogia, USP-Ribeirão Preto), Henrique (História, UFAL), Sara (Biologia, UNESP-Assis) e Rogério (Ciência da Informação, USP-Ribeirão Preto).

Essas aprovações dão muito ânimo ao grupo, apesar de não considerar os resultados dos vestibulares uma espécie de constatação e legitimação do trabalho realizado, como muitos cursinhos e escolas tradicionais fazem. As aprovações são, sim, o reconhecimento da luta que esses estudantes enfrentaram para obterem esses resultados e sua consciência dessa busca. O sucesso dos estudantes reforça, no próprio grupo, a ideia de que é possível propor um ensino diferenciado, que atenda às necessidades e faça sentido aos estudantes que o procura.

A atitude e o olhar desse grupo para a própria prática nos fez repensar e mudar algumas posturas e mudá-las dentro de sala de aula, mesmo na escola tradicional. Como exemplo: 1) assumir o verdadeiro papel de mediador, 2) adotar uma postura dialógica e 3) entender que os erros e as concepções errôneas dos estudantes acerca de um determinado conteúdo são essenciais para o (re)planejamento de nossas aulas. Acreditamos que as quatro situações-problema e as reflexões em sala de aula, a partir do momento em que os estudantes a vivenciavam, são o “produto final” que temos a oferecer com esta pesquisa.

Em relação aos conteúdos relacionados à linguagem algébrica, queremos afirmar que as dificuldades que os estudantes da escola tradicional apresentam, como a dificuldade em acreditar que uma fórmula pode ser aplicada (ou generalizada) em diversos contextos, não ocorrem por acaso.

Não se trata apenas de lacunas no cumprimento do currículo, ou de defasagens no conteúdo. As dificuldades apresentadas por eles surgem a partir do momento em que o contexto social, sua história de vida, suas perspectivas, valores e objetivos são ignorados ou neutralizados por uma cultura escolar que prioriza o conteúdo, que entende que a qualidade do Ensino é proporcional ao volume de conteúdo oferecido aos estudantes.

Os PCN de Ensino Fundamental e Médio reconhecem que um dos maiores desafios é identificar “quais conhecimentos, competências, hábitos e valores são socialmente relevantes” e

“em que medida contribuem para o desenvolvimento intelectual do aluno, ou seja, na construção e coordenação do pensamento lógico-matemático, da criatividade, da intuição, da capacidade de

análise e de crítica, que constituem esquemas lógicos de referência para interpretar fatos e fenômenos.” (BRASIL, 1997, página 38)

Apesar disso, percebemos, pelos episódios apresentados nesta pesquisa, que esses estudantes não vivenciaram essa experiência durante a maior parte da sua escolaridade, exceto no espaço não formal do cursinho, onde, de fato, conseguiram perceber muitos conteúdos escolares sob a forma de situações-problema consideradas reais, uma vez que o “real” estava atrelado às demandas desses estudantes.

Ao mesmo tempo, analisamos os dois produtos educacionais desenvolvidos neste processo, conforme já apontamos anteriormente. O primeiro é a ação de um grupo de professores da escola tradicional, que, insatisfeito com o ensino burocrático, transformou em possibilidade didática o conteúdo interdisciplinar compartilhado, com planejamentos diários feitos em conjunto com o grupo de professores e alunos. Um recorte desse planejamento foi apresentado no texto em forma de quatro situações- problemas, priorizando a análise daqueles que estavam atrelados ao desenvolvimento das ideias algébricas.

Acreditamos que o planejamento de atividades, não apenas baseado em conteúdos, mas sim em relações dialógicas, possa inspirar novos professores em suas futuras ações pedagógicas, em espaços não formais, como o caso descrito, bem como em escolas tradicionais.

O objetivo desse produto é chamar a atenção para a existência de alternativas e olhares diferentes para uma mesma atividade, desde que o professor esteja disposto a compartilhar, ouvir, aceitar erros e transformá-los em acertos de forma natural, levando os estudantes a pensarem e a buscarem as respostas.

O segundo produto educacional que apresentamos é o próprio texto, que contém a síntese teórica da análise elaborada.

Entendemos que este texto, ou seja, a dissertação, que por ora apresentamos, pode ser considerada um produto educacional, pois é fruto de um trabalho conjunto de uma professora da escola básica que buscou o Mestrado Profissional na tentativa de entender e melhorar sua própria prática.

Como professora, aprendi que um olhar crítico sobre a própria prática é sempre necessário.

Depois de certo tempo lecionando, caímos, erroneamente, numa espécie de “zona de conforto”: estamos seguros sobre o conteúdo, achamos que a turma desse ano será bem parecida com as turmas anteriores e que basta reproduzir o que planejamos nos anos anteriores, com algumas ressalvas.

Essa “zona de conforto”, conforme apontam os estudos de Penteado *apud* SILVA (2008), trata da perda do controle da aula por parte do professor (controle que ele mesmo pensa ser de sua responsabilidade e domínio) diante de situações inovadoras:

“Esta imprevisibilidade pode causar desconforto e resistência por parte do professor que, habituado com a rotina de sala de aula, não está acostumado a desprender maior empenho na busca de informações que esta prática exige”. (página 4)

No cursinho popular, o contexto da pesquisa, é praticamente impossível agir dessa forma, ou seja, pensar que o controle está nas mãos do professor e, portanto, a aula estará sempre isenta de imprevistos que coloquem em jogo sua reputação. Primeiro, porque o planejamento depende muito do grupo de estudantes que procura o cursinho e, segundo, as questões colocadas por esse grupo podem não coincidir com as práticas que o professor vem reproduzindo ao longo de sua carreira.

Como pesquisadora, aprendi a ser crítica e assumir falhas dentro da minha prática. Exemplo disso é a releitura de Paulo Freire feita para esta pesquisa. Apesar de já tê-la feito na graduação, foi nesse segundo momento que comecei a refletir sobre minhas concepções relacionadas à metodologia dialógica.

Quantas foram as vezes em que, para introduzir um novo assunto ou corrigir um exercício, na tentativa de promover um “diálogo” em sala, eu perguntava primeiro a opinião de um estudante que provavelmente erraria e, em seguida, a de outro que acertaria, e, provavelmente, a de um terceiro que escolheria qual das duas ele julgava ser a melhor explicação. Hoje consigo ver

os equívocos dessas ações, que estão longe de promover a aprendizagem democrática e dialógica que eu tanto acreditava estar realizando.

Acredito ser imprescindível mencionar que fazer esta pesquisa, fruto da minha volta à Universidade e da participação no Projeto Observatório e no GEM, ensinou-me que nada, na vida do professor, é definitivo; sempre há mais a buscar e, principalmente, a aprender.

ANEXOS

Anexo I: Módulo Arte e Cultura - 2010 (1ª semana: de 15/03/10 a 19/03/2010)

Proposta para desenvolvimento da primeira semana

Quando residimos por muito tempo em um determinado lugar, podemos conhecê-lo intimamente, porém a sua imagem pode não ser nítida, a menos que possamos vê-lo de fora e pensemos em nossa experiência. A outro lugar pode faltar o peso da realidade porque conhecemos apenas de fora – através dos olhos de turista e da leitura de um guia turístico. É uma característica da espécie humana, produtora de símbolos que seus membros possam apegar-se apaixonadamente a lugares de grande tamanho, como uma Nação-Estado dos quais eles só podem ter uma experiência direta limitada. (TUAN, 1983, p. 96)

A inversão na proposta inicial de partir do indivíduo em direção a sociedade foi alterada por entendermos que apresentar aspectos individuais é mais difícil, sobretudo em um situação de contato inicial com novas pessoas.

As atividades irão empregar materiais relativamente simples tais como:

- Papel pardo;
- Caneta Pilot;
- Revistas velhas;
- Caneta;
- Caneta hidrocor;
- Lápis preto;
- Borracha;
- Data show ou DVD e aparelho de televisão;
- DVD do filme “Quem quer ser um milionário”;
- Papel A3

Primeiro dia (2ª feira)

Sociedade em geral.

Atividade colagem exercício de percepção da sociedade e seus atores. Ao final perguntar como e onde os estudantes se vêem frente ao quadro criado.

Objetivos: Verificar se os estudantes percebem características como coesão social, composição, separação de classes, solidariedade orgânica, mobilidade, segurança e sentimento de pertinência de seus atores.

Segundo dia (3ª feira)

Desenhar mapas.

Verificar referência de localização, conhecimento da região e aspectos culturais do bairro.

Objetivos: conhecer e compreender os olhares dos alunos sobre o espaço escolar, o espaço do bairro e da cidade. Suas vivências e formas de representações espaciais.

Terceiro dia (4ª feira)
Quem é a sua família.
Construção da árvore genealógica

Objetivos: conhecer mesmo que superficialmente a estrutura familiar e a percepção das figuras parentais, percepção da qualidade da relação estudante família e se estudante tem clara as origens da sua família.

Quarto dia (5ª feira)
Construção da linha do tempo

Objetivos: Identificar aspectos individuais e da história pessoal dos estudantes.

Quinto dia (6ª feira)
Apresentação do filme - “Quem quer ser um milionário”.

Sinopse: Jamal K. Malik (Dev Patel) é um jovem que trabalha servindo chá em uma empresa de telemarketing. Sua infância foi difícil, tendo que fugir da miséria e violência para conseguir chegar ao emprego atual. Um dia ele se inscreve no popular programa de TV "Quem Quer Ser um Milionário?". Inicialmente desacreditado, ele encontra em fatos de sua vida as respostas das perguntas feitas.

Título original: Slumdog Millionaire
Gênero: Drama
Duração: 2 horas
Ano de lançamento: 2008
Direção: Danny Boyle

Módulo ÁGUA
(de 10/05/2010 a
05/06/2010)

Data	Professores	Tema	Conteúdos	Onde procurar os conteúdos	Sugestão
10/05 Segunda-feira	Neto Angela	1º Semana – ÁGUA E CIÊNCIAS, 1º aula - AULA INICIAL - AGUA E FILOSOFIA.	A programação dessa aula é orientar os alunos a respeito do módulo, sua divisão, como foi elaborado, como eles deverão estudar, etc. Os pré-socráticos, as civilizações hidráulicas e a concepção sobre água, pintura rupestre e pré-história, evolução humana, crescente fértil: amoritas, assírios, acádios e sumérios; Mesopotâmia, água e poder (Sociedades complexas dos vales fluviais).	História: introdução a historia antiga (civilizações mesopotâmicas). Internet: Pintura rupestre e pré-histórica.	Sugestão: Divida a sala em poetas, filósofos, músicos e artistas plásticos. Como poderiam representar a água e sua relação coma vida? Quais concepções estariam por trás de suas obras?
11/05 terça-feira	Luciano Luíza	1º Semana – ÁGUA E CIÊNCIAS, 3º aula - EM ALGUM LUGAR COM ÁGUA.	Ciclos biogeoquímicos; Água e estados da matéria; Propriedades coligativas; Sistema digestório humano e animal; Escalas, mapas e coordenadas de localização; Biomas e diferenças de biodiversidade entre regiões; Tradução de texto em inglês. Refração e reflexão; Propriedades das lentes; Climograma.		Sugestão: Como aula está pronta a sugestão é usar o texto "Identificar os processos" Procurar o professor Daniel para referencias
12/05 quarta-feira	Tadeu Rafael	1º Semana – ÁGUA E CIÊNCIAS, 4º aula - NO PAÍS DAS FORMIGAS	Ligação covalente. Polaridade das ligações. Interações intermoleculares: Van der Waals e ligação de hidrogênio. Configuração Espacial e Ligação Química.	Química: ligações químicas, interações atômicas e moleculares , geometria molecular.	Sugestão: Imagine-se extremamente pequeno e você descobre que consegue caminhar sobre a água, procura

			Polaridade e assimetria molecular. Número de coordenação em função de estruturas tridimensionais, conceito de tensão superficial .Texto em inglês.	Polaridade. Física: Tensão superficial, propriedades coligativas e suas características;	por diversos personagens para tentar descobrir o que aconteceu, em cada um há uma pista, formule uma explicação no fim da aula. Procurar o Professor Mineiro para referencias
13/05 quinta-feira	Sérgio Valter Carlos	1º Semana – ÁGUA E CIÊNCIAS, 5º aula – ÁGUA EM RIBEIRÃO PRETO	Políticas públicas e o uso da água em Ribeirão Preto (aquífero Guarani), áreas verdes e o papel dos vegetais no ciclo da água; Sistemática vegetal, ciclo reprodutivo das criptógamas, formações geológicas, nascentes e formação de bacias hidrográficas, fragmentos de mata e seu papel ecológico, zoneamento ambiental: cálculo de área e mapeamento.	1. Buscar no site do DAERP informações sobre o uso e manejo da água; 2. nos livros didáticos de Biologia: ciclo da água, ciclos das Briófitas e Pteridófitas, sucessão ecológica; Geografia: formação dos solos e suas características; Matemática : cálculo de área de figuras planas.	Sugestão: Imagine-se um biólogo contratado para fazer um EIA-RIMA de uma fazenda de São Simão, em que os proprietários querem extrair argila e areia. Como realizar este estudo? Buscar material com Neto
14/05 sexta-feira	Daniel Pedro				
15/04 Sábado	Todos	1º Semana – ÁGUA E CIÊNCIAS	Reunião Administrativa Reunião Pedagógica, SUGESTÃO DE PAUTA: (DISCUSSÃO SOBRE O TEMA:		

			ÁGUA E VIDA		
17/05 segunda- feira	Neto Angela	2º Semana – ÁGUA E A VIDA, 1º aula – A IMPORTÂ NCIA DA ÁGUA PARA A VIDA E A FORMAÇÃ O DA VIDA NA ÁGUA.	Seres vivos e o ambiente. A importância da água para os seres vivos. População humana. Demografia. Crescimento e causas. Processo de desertificação. Cultura árabe. Pré-história; evolução dos povos e relação com a natureza (agricultura e metais).		Sugestão: Imagine-se no deserto com uma tribo nômade ou sozinho. Como você sobrevive?
18/05 terça- feira	Luciano Luíza	2º Semana – ÁGUA E A VIDA, 2º aula – A ÁGUA NO DECORRE R DA EVOLUÇÃ O	Darwinismo e Neodarwinismo; Adaptação dos seres vivos à falta ou excesso de água; Diversificação dos vertebrados (anfíbios, répteis, etc); Poluição do ar, água e terra. Concentração de poluentes ao longo de cadeias alimentares.	Biologia: Teoria da evolução, vertebrados. Ecologia – poluição e cadeia alimentar.	Sugestão: Como aula está pronta a sugestão é usar texto “Poluição da água”. Procurar o Professor DANIEL para referências.
19/05 quarta- feira	Tadeu Rafael	2º Semana – ÁGUA E A VIDA, 3º aula – EMERGÊ NCIA	Sistema Cardiovascular conceito de Pressão hidrostática e oncótica. Sinais vitais (pressão arterial e pulso). Conceito de osmolaridade. Diferenciar sangue de plasma. Coagulação sanguínea. Texto em inglês.		Sugestão: Você é um médico plantonista em um Posto de saúde em Cássia dos Coqueiros e chega um paciente com sangramento digestivo. Quais os parâmetros para avaliar gravidade, o que você faz?. Procurar o professor RAFAEL para a referência sobre esta aula.
20/05 quinta- feira	Sérgio Valter Carlos	2º Semana – ÁGUA E A VIDA, 4º aula – SECOS E	Movimentos migratórios, Domínios morfoclimáticos: a caatinga. Adaptações vegetais à seca.		Sugestão: Divida a sala em grupos (o escritor do livro, Fabiano, Sinhá

		MOLHADOS	Indústria da seca. Exploração de mão-de-obra barata.		Vitória...) conte os sonhos e caracterize bem os personagens, depois procure saber as ações que cada grupo faria. PROCURAR O PROFESSOR RAFAEL PARA REFERÊNCIAS
21/05 sexta-feira	Daniel	2º Semana – ÁGUA E A VIDA, 5º aula – ÁGUA E CULTURA	Distribuição da água potável no mundo. Características culturais das civilizações e sua ligação com a quantidade de água disponível. Continente Africano, Nordeste Brasileiro, Desertos, Las Vegas e Amazônia: características culturais e econômicas da população. Migração e Imigração originadas pela busca de água.	1) Geografia: i) Mapa Mundi: O continente Africano, América do Norte, Leste Europeu: características geográficas, população, economia; ii) características econômicas e sociais do Brasil; iii) Construções e moradias adaptadas ao clima: ocas, iglus, casas de madeira, casas de cimento, construções subterrâneas; iv) Migração e Imigração. 2) Matemática:	Sugestão: 1) Discutir sobre: A disponibilidade de água influencia no modo de vida das pessoas? Influencia nos gostos, nas atitudes e nas características das construções das civilizações? 2) Pensar sobre: Quanto você usa de água por dia? O que faz com ela? Quanto da água você usa para cada coisa? Compare seus dados com os de: - Uma pessoa da classe rica do Brasil. - Um Americano que vive em Las Vegas. - Um morador do nordeste Brasileiro. - Um morador da África Ocidental

				<p>i) proporções e percentagem; ii) volume de sólidos: cubo, paralelepípedo, cilindro.</p> <p>3) Biologia: i) importância da água para a vida.</p> <p>4) Literatura: i) Vidas Secas</p>	- Um morador da Sibéria
22/05 Sábado	Todos	2º Semana – ÁGUA E A VIDA	Reunião Administrativa Reunião Pedagógica. SUGESTÃO DE PAUTA: (DISCUSSÃO SOBRE O TEMA: ÁGUA E GEOPOLÍTICA)		
24/05 segunda-feira	Neto Angela	3º Semana – ÁGUA E GEOPOLÍTICA	Continuação das atividades		
25/05 terça-feira	Luciano Luíza	3º Semana – ÁGUA E GEOPOLÍTICA	Continuação das atividades		
26/05 quarta-feira	Tadeu Rafael	3º Semana – ÁGUA E GEOPOLÍTICA, 3º aula – MERCOSUL, OPEP E A QUESTÃO AQUIFERO GUARANI.	<p>- Aquífero Guarani, Rio Amazonas, Rio Paraná, Rio São Francisco, Mercosul, indústria da seca, Amazônia, latifúndio.</p> <p>- OPEP, petróleo, desenvolvimento econômico, Primeiro e terceiro mundos, Guerra do Golfo, problemas ambientais.</p>	<p>1) Geografia: i) Mapa Mundi: Oriente Médio, África e América do Sul: características geográficas, população, economia; ii) Rios do Brasil e da</p>	Sugestão: Imagine um mundo sem água, daqui a uns 50 anos. Imagine uma união de países da América do Sul que possuam juntos mais de 70% da água potável do mundo. Como seriam as regras impostas por eles para a

				<p>América; iii) Amazônia; iv) transposição do rio São Francisco.</p> <p>2) História:</p> <p>i) Primeira e Segunda Guerras Mundias: panorama geral; ii) Guerra do Golfo: estudo detalhado; iii) invasão do Iraque, iv) reflexão: guerras santas ou puramente econômicas ?</p>	<p>comercialização ? Qual seria o valor da água? Que proteção eles usariam para este bem valioso? Comparar com a situação atual em relação ao petróleo e o controle pela OPEP. Discutir a dependência que temos dele e as consequências no desenvolvimento econômico dos países. Relacionar com os possíveis problemas causados pela dominação da água por um pequeno grupo de países, como o uso político e econômico</p>
27/05 quinta-feira	Sérgio Valter Carlos	3º Semana – ÁGUA E GEOPOLITICA, 4º aula – AQUECIMENTO GLOBAL	Zonas climáticas, efeito estufa, formas de propagação de calor, cadeia alimentar, ph e equilíbrio químico, reação de combustão, climogramas.		<p>Sugestão: simular uma catástrofe natural. Morreram todos na terra, eles serão grupos sobreviventes. Terão que cumprir três tarefas. Procurar Sérgio para mais referências.</p>
28/05 sexta-feira	Daniel	3º Semana – ÁGUA E GEOPOLITICA, 5º aula -	Amazônia Legal, Projeto Sivam e Calha Norte; Pluviograma e hidrografia Amazônica; Sucessão e interações		

		AMAZÔNIA: O MAIOR RESERVATÓRIO DE ÁGUA.	ecológicas; Transpiração vegetal e condução de seivas; Pressão em líquidos; vazão e capilaridade; Redação: Água potável (relacionar escassez de água e internacionalização da Amazônia). Texto em Inglês		
29/05 Sábado	Todos	3º Semana – ÁGUA E GEOPOLÍTICA	Reunião Administrativa Reunião Pedagógica (DISCUSSÃO SOBRE O TEMA: TEORIA DO EXERCÍCIO)- (Responsável: RAFAEL)		
31/05 segunda-feira	Neto Angela	4º Semana – Exercícios	AULA DE EXERCÍCIOS		
01/06 terça-feira	Luciano Luíza	4º Semana – Exercícios	AULA DE EXERCÍCIOS		
02/06 quarta-feira	Tadeu Rafael	4º Semana – Exercícios	AULA DE EXERCÍCIOS		
03/06 quinta-feira	Sérgio Valter Carlos	4º Semana – Exercícios	AULA DE EXERCÍCIOS		
04/06 sexta-feira	Daniel	4º Semana – Exercícios	AULA DE EXERCÍCIOS		

Anexo III: Modelo da autorização preenchida pelos estudantes

1. Você está sendo convidado para participar da pesquisa “Ideias Algébricas Explicitadas por Estudantes da EJA em Espaços Não-Formais: O Caso do Cursinho de Ribeirão Preto”.
2. Descrição da pesquisa.
 - a. Você foi selecionado pois é um dos estudantes que fazem parte do cursinho e sua participação não é obrigatória.
 - b. Os objetivos deste estudo são investigar as concepções, estratégias e dificuldades de estudantes do Cursinho frente às situações – problema e questões que requerem o uso da linguagem algébrica bem como entender o movimento da sala de aula quando questões envolvendo o conceito de função, variável, etc. são propostas.
 - c. Sua participação nesta pesquisa consistirá em resolver e relatar as formas que você pensa e utiliza a álgebra no seu cotidiano e na vida escolar.
3. Descrição dos desconfortos e riscos possíveis e os benefícios esperados.
 - a. A pesquisa não pretende influenciar o ritmo das aulas do cursinho, pelo contrário, visa a possibilidade de poder melhorar e aprimorar as aulas que envolvem o conceito de álgebra através dos resultados analisados.
4. As aulas serão registradas num diário, e depois retextualizadas de acordo com normas acadêmicas. Esses registros podem conter falas diretas e indiretas dos participantes. Eventualmente, as aulas poderão ser gravadas e até filmadas.
5. Eu, Angela Aparecida Arndt Gomide Borges, me responsabilizo como pesquisadora enquanto aluna do PPGCE - UFSCar (Programa de Pós-Graduação no Ensino de Ciências Exatas da UFSCar).
6. Garanto, portanto, que os resultados, conforme sua análise, serão repassados ao grupo pesquisado e também deixo à disposição todo material para livre consulta e acesso dos participantes.
7. Explicito a liberdade dos sujeitos em recusar a participar ou retirar seu consentimento, em qualquer fase da pesquisa, sem penalização alguma e sem prejuízo ao seu cuidado.
 - a. “A qualquer momento você pode desistir de participar e retirar seu consentimento.”
 - b. “Sua recusa não trará nenhum prejuízo em sua relação com o pesquisador ou com a instituição.”
8. Explicito a garantia do sigilo, assegurando a privacidade dos sujeitos quanto aos dados confidenciais envolvidos na pesquisa.
 - a. “As informações obtidas através dessa pesquisa serão confidenciais e asseguramos o sigilo sobre sua participação.”
 - b. “Os dados não serão divulgados de forma a possibilitar sua identificação.” (Pretendo trocar o nome de cada para outro que não tenha nenhuma ligação com o original ou ainda identificar cada como: "aluno A", "aluno B", etc).
9. Declaro que não haverá nenhum ressarcimento e nenhum valor a ser pago pela participação de cada um, uma vez que esta se dá de forma voluntária.
10. Você receberá uma cópia deste termo onde consta o telefone e o endereço do pesquisador principal, podendo tirar suas dúvidas sobre o projeto e sua participação, agora ou a qualquer momento.

Nome e assinatura do pesquisador

Endereço: Travessa Própria, 78. Ribeirão Preto -SP. Telefone: 16-99611651

Declaro que entendi os objetivos, riscos e benefícios de minha participação na pesquisa e concordo em participar.

O pesquisador me informou que o projeto foi aprovado pelo Comitê de Ética em Pesquisa em Seres Humanos da UFSCar que funciona na Pró-Reitoria de Pesquisa da Universidade Federal de São Carlos, localizada na Rodovia Washington Luiz, Km. 235 -

Caixa Postal 676 - CEP 13.565-905 - São Carlos - SP – Brasil. Fone (16) 3351-8110.
Endereço eletrônico: cephumanos@power.ufscar.br

Ribeirão Preto, 08 de março de 2010.

Assinatura do sujeito da pesquisa (*)

INSTRUÇÕES ADICIONAIS AO PESQUISADOR

(este texto não precisa ser anexado ao projeto)

Pesquisador (a)

Este formulário é apenas um guia para auxiliar na elaboração do **SEU** termo. Adapte-o conforme as necessidades e especificidades de sua pesquisa, e sempre de acordo com as Resoluções pertinentes. O uso do presente modelo não exclui a necessidade do pesquisador ter conhecimento da Resolução CNS 196/1996 e das suas complementares. Quando o TCLE for assinado por responsável, adequar o texto. Por exemplo, ao invés de “Você está sendo convidado...” teremos: “Seu filho está sendo convidado...”. Lembrar que, mesmo nas situações em que a capacidade de consentimento do participante está comprometida, é necessário informá-lo no limite da sua capacidade.

(1) Incluir informação sobre patrocinador (se pertinente); incluir informação sobre destino e guarda de materiais (se pertinente); incluir informação sobre estudo multicêntrico (se pertinente); utilizar linguagem compreensível para população alvo. No caso de pesquisas relacionadas com ações terapêuticas ou diagnósticas, explicitar os métodos alternativos, os riscos e benefícios de não utilizá-los.

*Quando o sujeito da pesquisa for criança, adolescente, ou pessoa com discernimento prejudicado pegar também a assinatura do pai/mãe ou responsável legal.

AS REGRAS A SEGUIR, EXTRAÍDAS DA RESOLUÇÃO 199/96, ITEM IV, DEVEM SER OBEDECIDAS PARA ELABORAR O TCLE

O respeito devido à dignidade humana exige que toda pesquisa se processe após consentimento livre e esclarecido dos sujeitos, indivíduos ou grupos que por si e/ou por seus representantes legais manifestem a sua anuência à participação na pesquisa.

IV.1 - Exige-se que o esclarecimento dos sujeitos se faça em linguagem acessível e que inclua necessariamente os seguintes aspectos:

- a) a justificativa, os objetivos e os procedimentos que serão utilizados na pesquisa;
- b) os desconfortos e riscos possíveis e os benefícios esperados;
- c) os métodos alternativos existentes;
- d) a forma de acompanhamento e assistência, assim como seus responsáveis;
- e) a garantia de esclarecimentos, antes e durante o curso da pesquisa, sobre a metodologia, informando a possibilidade de inclusão em grupo controle ou placebo;
- f) a liberdade do sujeito se recusar a participar ou retirar seu consentimento, em qualquer fase da pesquisa, sem penalização alguma e sem prejuízo ao seu cuidado;
- g) a garantia do sigilo que assegure a privacidade dos sujeitos quanto aos dados confidenciais envolvidos na pesquisa;
- h) as formas de ressarcimento das despesas decorrentes da participação na pesquisa; e
- i) as formas de indenização diante de eventuais danos decorrentes da pesquisa.

IV.2 - O termo de consentimento livre e esclarecido obedecerá aos seguintes requisitos:

- a) ser elaborado pelo pesquisador responsável, expressando o cumprimento de cada uma das exigências acima;
- b) ser aprovado pelo Comitê de Ética em Pesquisa que referenda a investigação;
- c) ser assinado ou identificado por impressão dactiloscópica, por todos e cada um dos sujeitos da pesquisa ou por seus representantes legais; e
- d) ser elaborado em duas vias, sendo uma retida pelo sujeito da pesquisa ou por seu representante legal e uma arquivada pelo pesquisador.

IV.3 - Nos casos em que haja qualquer restrição à liberdade ou ao esclarecimento necessários para o adequado consentimento, deve-se ainda observar:

- a) em pesquisas envolvendo crianças e adolescentes, portadores de perturbação ou doença mental e sujeitos em situação de substancial diminuição em suas capacidades de consentimento, deverá haver justificativa clara da escolha dos sujeitos da pesquisa, especificada no protocolo, aprovada pelo Comitê de Ética em Pesquisa, e cumprir as exigências do consentimento livre e esclarecido, através dos representantes legais dos referidos sujeitos, sem suspensão do direito de informação do indivíduo, no limite de sua capacidade;
- b) a liberdade do consentimento deverá ser particularmente garantida para aqueles sujeitos que, embora adultos e capazes, estEJAm expostos a condicionamentos específicos ou à influência de autoridade, especialmente estudantes, militares, empregados, presidiários, internos em centros de readaptação, casas-abrigo, asilos, associações religiosas e semelhantes, assegurando-lhes a inteira liberdade de participar ou não da pesquisa, sem quaisquer represálias;
- c) nos casos em que seja impossível registrar o consentimento livre e esclarecido, tal fato deve ser devidamente documentado, com explicação das causas da impossibilidade, e parecer do Comitê de Ética em Pesquisa;
- d) as pesquisas em pessoas com o diagnóstico de morte encefálica só podem ser realizadas desde que estEJAm preenchidas as seguintes condições:
 - documento comprobatório da morte encefálica (atestado de óbito);
 - consentimento explícito dos familiares e/ou do responsável legal, ou manifestação prévia da vontade da pessoa;
 - respeito total à dignidade do ser humano sem mutilação ou violação do corpo;
 - sem ônus econômico financeiro adicional à família;
 - sem prejuízo para outros pacientes aguardando internação ou tratamento;
 - possibilidade de obter conhecimento científico relevante, novo e que não possa ser obtido de outra maneira;
- e) em comunidades culturalmente diferenciadas, inclusive indígenas, deve-se contar com a anuência antecipada da comunidade através dos seus próprios líderes, não se dispensando, porém, esforços no sentido de obtenção do consentimento individual;
- f) quando o mérito da pesquisa depender de alguma restrição de informações aos sujeitos, tal fato deve ser devidamente explicitado e justificado pelo pesquisador e submetido ao Comitê de Ética em Pesquisa. Os dados obtidos a partir dos sujeitos da pesquisa não poderão ser usados para outros fins que os não previstos no protocolo e/ou no consentimento.

Anexo IV: Modelo da autorização preenchida pelos professores

11. Você está sendo convidado para participar da pesquisa "O Ensino da Linguagem Algébrica em Espaços Não - Formais de Ensino: o Caso do Cursinho Popular de Ribeirão Preto".
12. Descrição da pesquisa.
 - a. Você foi selecionado pois é um dos professores que atuam no cursinho e sua participação não é obrigatória.
 - b. Os objetivos deste estudo são investigar as concepções, estratégias e dificuldades de estudantes do Cursinho frente à situações – problema e questões que requerem o uso da linguagem algébrica bem como entender o movimento da sala de aula quando questões envolvendo o conceito de função, variável, etc. são propostas.
 - c. Sua participação nesta pesquisa consistirá em resolver e relatar as formas que você pensa e utiliza a álgebra no seu cotidiano e na vida escolar.
13. Descrição dos desconfortos e riscos possíveis e os benefícios esperados.
 - a. A pesquisa não pretende influenciar o ritmo das aulas do cursinho, pelo contrário, visa a possibilidade de poder melhorar e aprimorar as aulas que envolvem o conceito de álgebra através dos resultados analisados.
14. As aulas serão registradas num diário, e depois retextualizadas de acordo com normas acadêmicas. Esses registros podem conter falas diretas e indiretas dos participantes. Eventualmente, as aulas poderão ser gravadas e até filmadas.
15. Eu, Angela Aparecida Arndt Gomide Borges, me responsabilizo como pesquisadora enquanto aluna do PPGCE - UFSCar (Programa de Pós-Graduação no Ensino de Ciências Exatas da UFSCar).
16. Garanto, portanto, que os resultados, conforme sua análise, serão repassados ao grupo pesquisado e também deixo à disposição todo material para livre consulta e acesso dos participantes.
17. Explicito a liberdade dos sujeitos em recusar a participar ou retirar seu consentimento, em qualquer fase da pesquisa, sem penalização alguma e sem prejuízo ao seu cuidado.
 - a. "A qualquer momento você pode desistir de participar e retirar seu consentimento."
 - b. "Sua recusa não trará nenhum prejuízo em sua relação com o pesquisador ou com a instituição."
18. Explicito a garantia do sigilo, assegurando a privacidade dos sujeitos quanto aos dados confidenciais envolvidos na pesquisa.
 - a. "As informações obtidas através dessa pesquisa serão confidenciais e asseguramos o sigilo sobre sua participação."
 - b. "Os dados não serão divulgados de forma a possibilitar sua identificação." (Pretendo trocar o nome de cada para outro que não tenha nenhuma ligação com o original ou ainda identificar cada como: "professor A", "professor B", etc).
19. Declaro que não haverá nenhum ressarcimento e nenhum valor a ser pago pela participação de cada um, uma vez que esta se dá de forma voluntária.
20. Você receberá uma cópia deste termo onde consta o telefone e o endereço do pesquisador principal, podendo tirar suas dúvidas sobre o projeto e sua participação, agora ou a qualquer momento.

Nome e assinatura do pesquisador
Endereço: Travessa Própria, 78. Ribeirão Preto -SP. Telefone: 16-99611651

Declaro que entendi os objetivos, riscos e benefícios de minha participação na pesquisa e concordo em participar.

O pesquisador me informou que o projeto foi aprovado pelo Comitê de Ética em Pesquisa em Seres Humanos da UFSCar que funciona na Pró-Reitoria de Pesquisa da Universidade Federal de São Carlos, localizada na Rodovia Washington Luiz, Km. 235 -

Caixa Postal 676 - CEP 13.565-905 - São Carlos - SP – Brasil. Fone (16) 3351-8110.
Endereço eletrônico: cephumanos@power.ufscar.br

Ribeirão Preto, de 2010.

Assinatura do sujeito da pesquisa (*)

INSTRUÇÕES ADICIONAIS AO PESQUISADOR

(este texto não precisa ser anexado ao projeto)

Pesquisador (a)

Este formulário é apenas um guia para auxiliar na elaboração do **SEU** termo. Adapte-o conforme as necessidades e especificidades de sua pesquisa, e sempre de acordo com as Resoluções pertinentes. O uso do presente modelo não exclui a necessidade do pesquisador ter conhecimento da Resolução CNS 196/1996 e das suas complementares. Quando o TCLE for assinado por responsável, adequar o texto. Por exemplo, ao invés de “Você está sendo convidado...” teremos: “Seu filho está sendo convidado...”. Lembrar que, mesmo nas situações em que a capacidade de consentimento do participante está comprometida, é necessário informá-lo no limite da sua capacidade.

(1) Incluir informação sobre patrocinador (se pertinente); incluir informação sobre destino e guarda de materiais (se pertinente); incluir informação sobre estudo multicêntrico (se pertinente); utilizar linguagem compreensível para população alvo. No caso de pesquisas relacionadas com ações terapêuticas ou diagnósticas, explicitar os métodos alternativos, os riscos e benefícios de não utilizá-los.

*Quando o sujeito da pesquisa for criança, adolescente, ou pessoa com discernimento prejudicado pegar também a assinatura do pai/mãe ou responsável legal.

AS REGRAS A SEGUIR, EXTRAÍDAS DA RESOLUÇÃO 199/96, ITEM IV, DEVEM SER OBEDECIDAS PARA ELABORAR O TCLE

O respeito devido à dignidade humana exige que toda pesquisa se processe após consentimento livre e esclarecido dos sujeitos, indivíduos ou grupos que por si e/ou por seus representantes legais manifestem a sua anuência à participação na pesquisa.

IV.1 - Exige-se que o esclarecimento dos sujeitos se faça em linguagem acessível e que inclua necessariamente os seguintes aspectos:

- a) a justificativa, os objetivos e os procedimentos que serão utilizados na pesquisa;
- b) os desconfortos e riscos possíveis e os benefícios esperados;
- c) os métodos alternativos existentes;
- d) a forma de acompanhamento e assistência, assim como seus responsáveis;
- e) a garantia de esclarecimentos, antes e durante o curso da pesquisa, sobre a metodologia, informando a possibilidade de inclusão em grupo controle ou placebo;
- f) a liberdade do sujeito se recusar a participar ou retirar seu consentimento, em qualquer fase da pesquisa, sem penalização alguma e sem prejuízo ao seu cuidado;
- g) a garantia do sigilo que assegure a privacidade dos sujeitos quanto aos dados confidenciais envolvidos na pesquisa;
- h) as formas de ressarcimento das despesas decorrentes da participação na pesquisa; e
- i) as formas de indenização diante de eventuais danos decorrentes da pesquisa.

IV.2 - O termo de consentimento livre e esclarecido obedecerá aos seguintes requisitos:

- a) ser elaborado pelo pesquisador responsável, expressando o cumprimento de cada uma das exigências acima;
- b) ser aprovado pelo Comitê de Ética em Pesquisa que referenda a investigação;
- c) ser assinado ou identificado por impressão dactiloscópica, por todos e cada um dos sujeitos da pesquisa ou por seus representantes legais; e
- d) ser elaborado em duas vias, sendo uma retida pelo sujeito da pesquisa ou por seu representante legal e uma arquivada pelo pesquisador.

IV.3 - Nos casos em que haja qualquer restrição à liberdade ou ao esclarecimento necessários para o adequado consentimento, deve-se ainda observar:

- a) em pesquisas envolvendo crianças e adolescentes, portadores de perturbação ou doença mental e sujeitos em situação de substancial diminuição em suas capacidades de consentimento, deverá haver justificativa clara da escolha dos sujeitos da pesquisa, especificada no protocolo, aprovada pelo Comitê de Ética em Pesquisa, e cumprir as exigências do consentimento livre e esclarecido, através dos representantes legais dos referidos sujeitos, sem suspensão do direito de informação do indivíduo, no limite de sua capacidade;
- b) a liberdade do consentimento deverá ser particularmente garantida para aqueles sujeitos que, embora adultos e capazes, estEJAm expostos a condicionamentos específicos ou à influência de autoridade, especialmente estudantes, militares, empregados, presidiários, internos em centros de readaptação, casas-abrigo, asilos, associações religiosas e semelhantes, assegurando-lhes a inteira liberdade de participar ou não da pesquisa, sem quaisquer represálias;
- c) nos casos em que seja impossível registrar o consentimento livre e esclarecido, tal fato deve ser devidamente documentado, com explicação das causas da impossibilidade, e parecer do Comitê de Ética em Pesquisa;
- d) as pesquisas em pessoas com o diagnóstico de morte encefálica só podem ser realizadas desde que estEJAm preenchidas as seguintes condições:
 - documento comprobatório da morte encefálica (atestado de óbito);
 - consentimento explícito dos familiares e/ou do responsável legal, ou manifestação prévia da vontade da pessoa;
 - respeito total à dignidade do ser humano sem mutilação ou violação do corpo;
 - sem ônus econômico financeiro adicional à família;
 - sem prejuízo para outros pacientes aguardando internação ou tratamento;
 - possibilidade de obter conhecimento científico relevante, novo e que não possa ser obtido de outra maneira;
- e) em comunidades culturalmente diferenciadas, inclusive indígenas, deve-se contar com a anuência antecipada da comunidade através dos seus próprios líderes, não se dispensando, porém, esforços no sentido de obtenção do consentimento individual;
- f) quando o mérito da pesquisa depender de alguma restrição de informações aos sujeitos, tal fato deve ser devidamente explicitado e justificado pelo pesquisador e submetido ao Comitê de Ética em Pesquisa. Os dados obtidos a partir dos sujeitos da pesquisa não poderão ser usados para outros fins que os não previstos no protocolo e/ou no consentimento.

Referências Bibliográficas

ALVES-MAZZOTTI, A. J. Usos e Abusos dos Estudos de Caso: Cadernos de Pesquisa, v. 36, n. 129, set./dez. 2006. <http://www.scielo.br/pdf/cp/v36n129/a0736129.pdf> (último acesso em 14/08/2011)

BELTRAME, J. T. A Álgebra nos Livros Didáticos: Um estudo dos usos das variáveis, segundo o Modelo 3UV. Dissertação (mestrado profissional) – Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, PUC/SP, 2009.

BOYER, C. B. História da Matemática: São Paulo: Editora Edgar Blucher LTDA, 3ª edição, 2010.

BRASIL (país), MEC/Secretaria de Educação Média e Tecnológica. Parâmetros Curriculares Nacionais: Matemática. Brasília: MEC/SEMT, 1997. <http://portal.mec.gov.br/seb/arquivos/pdf/livro03.pdf> último acesso em 17/07/2011.

BRASIL (país), MEC/Secretaria de Educação Média e Tecnológica. Parâmetros Curriculares Nacionais: Ensino Médio (PCNEM), Parte III - Ciências da Natureza, Matemática e suas Tecnologias. Brasília: MEC/SEMT, 2000. <http://portal.mec.gov.br/seb/arquivos/pdf/ciencian.pdf> último acesso em 17/07/2011.

CARAÇA, B. J. Conceitos Fundamentais da Matemática: Lisboa, 1951.

EVES, H. Introdução à História da Matemática: Campinas: Editora da UNICAMP, 2004.

FREIRE, Paulo. Pedagogia do Oprimido: Rio de Janeiro, Paz e Terra, 17ª edição, 1987. http://www.sgep.org/modules/contidos/PAULOFREIRE/pedagogia_do_oprimido.pdf último acesso em 10/07/2011.

GARBI, G.G. A Rainha das Ciências. Editora Livraria da Física, São Paulo, 2ª Edição, 2007.

GOHN, Maria da Glória. Educação não-formal, participação da sociedade civil e estruturas colegiadas nas escolas. Ensaio: aval. pol. públ. Educ., Rio de Janeiro, v.14, n.50, p. 27-38, jan./mar. 2006. <http://www.scielo.br/pdf/ensaio/v14n50/30405.pdf> último acesso em 18/06/2010.

MORETTI, V. D. O Conceito de Função: os Conhecimentos Prévios e as Interações Sociais como Desencadeadores da Aprendizagem: São Paulo: Faculdade de Educação (USP), 1998.

PARK, M. B. e FERNANDES, R. S. Educação não-formal: Contextos, Percursos e Sujeitos. Campinas, SP: UNICAMP/CMU; HOLAMBRA, SP: Editora Setembro, 2005.

ROSEIRA, N. A. F. Educação Matemática e Valores: das Concepções de Professores à Construção da Autonomia: Brasília: Liberlivro, 2010.

SCARLASSARI, N. T. Um Estudo De Dificuldades ao Aprender Álgebra em Situações Diferenciadas de Ensino em Alunos da 6ª Série do Ensino Fundamental. Dissertação (mestrado) – Universidade Estadual de Campinas, Faculdade de Educação, 2007.

SÃO PAULO (Estado) Secretaria da Educação. Caderno do professor: matemática, ensino médio – 1ª série, volume 2. SEE, 2009.

SILVA, G. H. G. O Trabalho Docente com Geometria Dinâmica em uma Perspectiva Investigativa.

http://www2.rc.unesp.br/eventos/matematica/ebrapem2008/upload/49-1-A-gt6_silva_ta.pdf (último acesso em 14/08/2011).

SILVA JUNIOR, C. G. O Livro Didático de Matemática e o Tempo. Revista de Iniciação Científica da FFC, v. 7, n. 1, p.13-21, 2007. <http://200.145.171.5/ojs-2.2.3/index.php/ric/article/viewFile/130/122> último acesso em 14/07/2011.

SOUSA, M. C. O Ensino da Álgebra numa Perspectiva Lógico-Histórica: um estudo das elaborações correlatadas de professores do Ensino Fundamental. Tese de Doutorado. Universidade Estadual de Campinas – UNICAMP/Campinas, Faculdade de Educação, 2004.

SOUZA, E. R. e DINIZ, M. I. S. - Álgebra: das Variáveis às Equações e Funções. IME - USP, São Paulo, 2ª edição, 1996.